



UNIVERSIDADE FEDERAL DO SUL E SUDESTE DO PARÁ  
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E ENGENHARIAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

Roberto Nazareno da Silva Gonçalves

Elaboração de uma planta de sistema de  
controle de um *spin coater* para produção  
de filmes finos

Marabá

2019

Roberto Nazareno da Silva Gonçalves

Elaboração de uma planta de sistema de controle de  
um *spin coater* para produção de filmes finos

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado  
à Faculdade de Engenharia Mecânica da Uni-  
versidade Federal do Sul e Sudeste do Pará em  
cumprimento as exigências para obtenção do  
grau de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Dr. José Elisandro de Andrade

Marabá

2019

**Roberto Nazareno da Silva Gonçalves**

**Elaboração de uma planta de sistema de controle de  
um *spin coater* para produção de filmes finos**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado  
à Faculdade de Engenharia Mecânica da Uni-  
versidade Federal do Sul e Sudeste do Pará em  
cumprimento as exigências para obtenção do  
grau de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Trabalho aprovado. Marabá, 13 de dezembro de 2019:

---

**Dr. José Elisandro de Andrade**  
Orientador

---

**Dra. Edilma Pereira Oliveira**  
Membro da Banca

---

**Dr. Franco Jefferds dos Santos Silva**  
Membro da Banca

Marabá  
2019

*O senhor poderia me dizer, por favor, qual o caminho que devo seguir?*

*Isso depende muito de onde você quer ir, respondeu o Gato.*

*(Alice no País das Maravilhas - Lewis Carroll)*



# AGRADECIMENTOS

À Deus, pelo dom da vida.

À minha irmã Patrícia. Eternas saudades.

À minha família: minha mãe Lúcia, meu pai Augusto, ao meu amado irmão Max por todo apoio desde o início, minha irmã Dea por me apoiar, minha tia Cleane, o Júlio, meus primos, meu avô Domingos, vó Nazaré, vó Nevina, tia Bené... Todos. Amo vocês.

À minha amada Eva, que me faz ser uma pessoa melhor com seu amor, companheirismo, beleza e por ser uma inspiração e orgulho para mim. Eu te amo.

Ao meu orientador e amigo Elisandro, que me deu conselhos, me apoiou em todas as etapas desta pesquisa e em meu crescimento profissional e pessoal. Serei para sempre grato. Obrigado por tudo.

A todos os professores da FEMEC, especialmente ao Franco por todo o conhecimento passado e me instigado a trabalhar com ferramentas computacionais, na supervisão de estágio, recomendações para minha pós... À Edilma pelas orientações na pesquisa, pelas conversas, pela bondade, atenção, recomendação para pós e bondade que sempre teve comigo... Aos que passaram, chegaram e levam a linda missão da formação profissional dos futuros engenheiros mecânicos... Às professoras Fernanda Carla, Liduína, Cindy e ao Jeânderson pelos diversos apoios e gentileza.

Aos meus amigos mais que especiais Heitor, Polly, Adriano, Jadson e Rafa por todo o companheirismo em tudo o que conseguimos realizar... Amo vocês e levo vocês comigo no meu coração junto às lembranças do CAEM e SAEM...

Aos meus companheiros de formação da 2014 e em especial à Polly, Adriano e Willia pelo companheirismo nos trabalhos em grupo...

Aos meus companheiros de bandas Felipe, Willi e Asael nas mais diversas toçadas...

Aos amigos Pablo e Gurgel que dividiram aluguel comigo...

À Propit, que me acolheu no meu mais de um ano e meio de estágio... À DITL/Sinfra pelo estágio que foi enriquecedor... À Vale pelo ótimo estágio e por ter me proporcionado uma experiência grandiosa de engenharia na Vulcanização Usina...

A todos que de alguma forma contribuíram para o que sou hoje, minha gratidão.

*Toda ciência nada mais é que o refinamento de pensamentos cotidianos.*

Albert Einstein

## RESUMO

Este trabalho faz uma abordagem da elaboração de uma planta de um sistema de controle *spin coater* para realizar estimativas de espessura, raio, velocidade radial, etc, dos filmes finos durante o processo de produção de filmes finos pela técnica de *spin coating*. O trabalho contou com a elaboração de um algoritmo que possui implementação da modelagem matemática de análise diferencial de escoamento, da função de transferência com entrada de tensão elétrica de 0 a 12 V e velocidade de rotação como parâmetro de saída e a implementação de programação em diagrama de blocos pelo Scilab/Xcos para obtenção dos resultados de tempo de resposta de velocidade, respostas em frequência com diagramas Bode, avaliação de estabilidade do sistema com o critério de Nyquist e obtenção de diagrama de Black e carta de Nichols. Com tal sistema, foi possível realizar uma comparação de influências da velocidade do motor CC em relação ao filme a ser centrifugado com a literatura e avaliar a convergência de duas situações.

**Palavras-chave:** Sistemas de controle, filmes finos, spin coating.

# ABSTRACT

This reserach approaches the design of a spin coater control system to make estimates of thickness, radius, radial velocity, etc. of the thin films during the spin film production process. The work involved the elaboration of an algorithm with implementation of mathematical modeling of differential flow analysis, the transfer function with voltage input from 0 to 12 V, rotation speed as output parameter and the implementation of diagrammatic programming. With Scilab/Xcos block analysis, it was possible to obtain the velocity time response, frequency response with Bode diagrams, system stability evaluation with Nyquist criteria and Black diagram and Nichols chart. With this reserach, it was possible to make a comparison of DC motor speed influences in relation to the centrifuged thin film with the literature and to evaluate the convergence.

**Keywords:** Control systems, thin films, spin coating.

## LISTAS DE FIGURAS

Figura 1 – <i>Spin coater</i> comercial modelo KW-4A da SPI Supplies . . . . .	13
Figura 2 – <i>Spin coater</i> comercial modelo HS-EZ4 da Schwan Tecnology . . . . .	14
Figura 3 – Circuito elétrico de um motor de corrente contínua . . . . .	18
Figura 4 – Exemplo de diagrama de blocos simples. . . . .	20
Figura 5 – Exemplo de diagrama de Pólos e Zeros . . . . .	21
Figura 6 – Exemplo de diagrama de Bode . . . . .	22
Figura 7 – Exemplo de diagrama de Nyquist . . . . .	23
Figura 8 – Exemplo de diagrama de Black e Carta de Nichols . . . . .	24
Figura 9 – Fluxograma de desenvolvimento da pesquisa . . . . .	25
Figura 10 – Sistema de coordenadas cilíndricas . . . . .	26
Figura 11 – Carga mecânica equivalente típica em um motor elétrico . . . . .	34
Figura 12 – Diagrama de blocos para um motor de corrente contínua . . . . .	35
Figura 13 – Circuito elétrico geral do <i>spinner</i> . . . . .	37
Figura 14 – Circuito elétrico de tensão de alimentação do motor DC (Parte 5) . . . . .	38
Figura 15 – Equipamento montado . . . . .	38
Figura 16 – Implementação computacional de número de iterações . . . . .	39
Figura 17 – Implementação computacional de dados do fluido para o filme . . . . .	40
Figura 18 – Dados do motor CC para a função de transferência . . . . .	41
Figura 19 – Implementação das funções de resultados . . . . .	42
Figura 20 – Implementação para comparação de resultados . . . . .	42
Figura 21 – Função de transferência em blocos no Xcos . . . . .	43
Figura 22 – Resposta de velocidade . . . . .	44
Figura 23 – Diagrama de polos e zeros . . . . .	45
Figura 24 – Diagrama de Bode . . . . .	46
Figura 25 – Diagrama de Nyquist . . . . .	47
Figura 26 – Diagrama de Black e carta de Nichols . . . . .	48
Figura 27 – Tempo e espessura do filme fino . . . . .	49
Figura 28 – Tempo e raio do filme fino . . . . .	50
Figura 29 – Tempo e raio do filme fino . . . . .	51
Figura 30 – Velocidade de rotação e espessura. . . . .	52
Figura 31 – Comportamento do número de Reynolds das funções . . . . .	53
Figura 32 – Tempo e velocidade radial . . . . .	54

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Componentes eletrônicos . . . . .	36
Tabela 2 – Fios de escala AWG utilizados . . . . .	38
Tabela 3 – Propriedades físicas do Dimetil Polissiloxano (PDMS) . . . . .	40
Tabela 4 – <i>Datahsheet</i> do motor CC Mabuchi RF-310T-11400 . . . . .	41

# LISTA DE SÍMBOLOS

$e_r$	Componente de velocidade radial
$e_\theta$	Componente de velocidade angular
$e_z$	Componente de velocidade coordenada vertical de $z$
$v_r$	Velocidade radial
$v_\theta$	Velocidade angular
$v_z$	Velocidade na coordenada vertical de $z$
$\partial$	Operador de derivação parcial
$\omega$	Frequência angular de rotação
$\Omega$	Frequência angular de rotação no domínio $s$
$\theta$	Ângulo de rotação
$\Theta$	Ângulo de rotação no domínio $s$
$K$	Constante de substituição
$h$	Espessura de filme fino
$r$	Raio do filme fino
$\rho$	Densidade de material de filme fino
$\mu$	Viscosidade do material de filme fino
$\nu$	Viscosidade cinemática do material de filme fino
$\kappa$	Constante abreviatória
$J_m$	Constante de momento de inércia
$B_m$	Constante de momento viscoso
$K_m$	Constante contra-eletromotriz
$K_b$	Constante de torque

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> . . . . .	12
1.1	Filmes finos . . . . .	12
1.2	A técnica de <i>spin coating</i> e aplicações . . . . .	12
1.3	Estado da arte do <i>spin coater</i> comercial . . . . .	13
1.4	Motivação . . . . .	14
1.5	A determinação de espessura de filme fino . . . . .	15
1.6	Problema de pesquisa . . . . .	15
1.7	Objetivos . . . . .	15
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> . . . . .	16
2.1	Modelagem Matemática . . . . .	16
2.2	Análise Diferencial de Escoamento de Fluidos Viscosos . . . . .	16
2.3	Motor de Corrente Contínua . . . . .	17
2.4	Sistemas de Controle . . . . .	18
<b>3</b>	<b>MODELAGEM E IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL</b>	25
3.1	Modelagem matemática de <i>spin coating</i> . . . . .	26
3.2	Modelagem matemática de controle de velocidade de rotação . . . . .	33
3.3	Construção do circuito de controle do <i>spinner</i> . . . . .	35
3.4	Implementação Computacional . . . . .	39
<b>4</b>	<b>ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS</b> . . . . .	44
4.1	Respostas do sistema de controle . . . . .	44
4.2	Resultados de estimativas para o filme fino . . . . .	48
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> . . . . .	55
5.1	Futuras etapas . . . . .	55
	<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	57



# 1 INTRODUÇÃO

Atualmente, observa-se os avanços e qualidade de serviços que a Nanociência e Nanotecnologia proporcionam para a qualidade de vida das pessoas possibilitando a melhoria contínua de projeto e produção de novos dispositivos eletrônicos e digitais. Exemplos como *smartphones*, *smartwatches*, *laptops*, sensores veiculares, células solares, entre muitos outros são dispositivos que contam uma enorme aplicação de novos materiais em escalas muito menores em relação aos de décadas passadas (ZHENG et al., 2017).

Daughton e Givens (1982) mostram que é de muito interesse de cientistas e indústrias que estes recursos possuam seus circuitos eletrônicos de bom desempenho, principalmente os componentes de baixa e alta condutividade elétrica. Na obra de Sedra e Smith (2004) relata que determinadas substâncias possuem elevadas aplicações na indústria de microeletrônica e são as principais responsáveis pelas inovações: os filmes finos. Tais substâncias constituem componentes eletrônicos em microescala e permitem salientar o avanço contínuo da eletrônica digital e melhor processamento de sinal.

## 1.1 Filmes finos

As atuais tecnologias contam com melhorias contínuas consideráveis e grandes avanços em produção de substâncias em formato de filme fino (WU, 2006). Tal substância é por definição ser composta de uma ou mais camadas de um determinado material e pode ser produzido por determinadas técnicas, dentre elas, o *dip coating* (mergulhamento de lâmina), *sputtering* (pulverização catódica), Sol-gel, spray-pirólise e deposição química. Seu processo de produção realiza as etapas de adsorção, difusão, incorporação, nucleação, estruturação e difusão de fase sólida entre o filme e a superfície de um substrato no qual é depositado (NALWA, 2001).

## 1.2 A técnica de *spin coating* e aplicações

Com os estudos pioneiros de Emslie, Bonner e Peck (1958), foi constatada a viabilidade da formação de filmes sólidos uniformes aplicando um determinado material, em condição de fluido, em um disco (substrato) em determinadas velocidades de rotação. Assim, foram feitas preparações de filmes finos e uniformes através da técnica de *rotating disk* (disco rotativo) com tinta, verniz e asfalto (MEYERHOFER, 1978).

Nesta técnica, Emslie, Bonner e Peck (1958) citam o processo de produção de telas de televisão coloridas, um filme sólido contendo partículas de fósforo e polímero foto-resistente que é preparado diretamente na placa do tubo aplicando uma quantidade de

material no centro do disco distribuindo-o por uma combinação de fiação lenta e inclinação progressiva, remover o excesso de pasta por centrifugação rápida e, finalmente, secar enquanto a centrifugação continua. Três aplicações separadas são necessárias, uma vez que pontos contendo três tipos de fósforo são formados fotograficamente a partir desses filmes sólidos. Assim, Na et al. (2015) destaca que uma película uniforme de fluido parece se formar rapidamente sob essas condições e sua película sólida correspondente pode ser retida por evaporação de constituintes voláteis ou por resfriamento se um material fundido estiver envolvido.

### 1.3 Estado da arte do *spin coater* comercial

O desenvolvimento do equipamento a baixo custo em questão possui os requisitos básicos de um *spin coater* comercial. De fato, a viabilidade de se obter filmes finos de qualidade é possível e a construção do *spinner* pode ser considerada eficaz e didática pela metodologia deste trabalho.

Figura 1 – *Spin coater* comercial modelo KW-4A da SPI Supplies



Fonte: SPI Supplies

Figura 2 – *Spin coater* comercial modelo HS-EZ4 da Schwan Technology

Fonte: Schwan Technology

## 1.4 Motivação

De acordo com Nise (2015), Ogata (2010), Dorf e Bishop (2009) grande parte dos laboratórios e instituições ao redor do mundo realizam pesquisas no âmbito do desenvolvimento e melhorias de equipamentos e recursos mais sofisticados em determinadas funções, sobretudo no que dá ênfase ao controle clássico de sistemas para otimização de processos.

Este trabalho apresenta a aplicação da instrumentação e de um sistema de controle em um projeto de pesquisa desenvolvido durante o Programa de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC) de 2015 a 2017 na Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará (Unifesspa). A pesquisa na Iniciação Científica consistiu no desenvolvimento de um *spin coater* com materiais a baixo custo, realizar testes de produção de filmes finos com a possibilidade de verificar sua eficiência em relação aos produzidos com equipamentos comerciais em escala laboratorial.

Desta forma, a ênfase metodológica deste trabalho é da determinação de parâmetros de funcionamento do *spinner* e elaboração básica do seu princípio de controle utilizando materiais eletrônicos analógicos de baixo custo, OSS (*open source software*) e outros para simulação computacional de sua planta para análise de influência na fluidodinâmica de formação do filme fino.

No contexto de modelagem matemática, o trabalho está baseado nas fundamentais de análise diferencial de fluidos viscosos em Fox, Pritchard e McDonald (2010) e de processamento de sinais para projeto de controle baseados nas obras de Ogata (2010), Nise (2015), Dorf e Bishop (2009) aplicados a motores de corrente contínua, com algumas aprofundações de relações eletromecânicas na obra de Toro (2016).

## 1.5 A determinação de espessura de filme fino

Os trabalhos de Wu (2006) e Higgins (1986) reforçam as afirmações de Emslie, Bonner e Peck (1958) que, para se ter eficiência na produção de filmes finos, o processo de *spin coating* deve contar com fatores indispensáveis como a velocidade constante para a homogeneidade durante o tempo de centrifugação. No entanto, pelas soluções obtidas nos trabalhos dos autores que consideram que a velocidade de rotação inicial é a mesma durante todo o tempo de centrifugação, este trabalho pretende obter e analisar as influências que podem haver na formação do filme fino considerando que um sistema elétrico possui o momento de inércia, isto é, a velocidade é nula no instante inicial e a estabilização após determinado tempo.

Com base em Aguirre (2015), tal processo pode ser equacionado com técnicas de modelagem matemática conhecendo condições iniciais para aproximações.

## 1.6 Problema de pesquisa

A produção de filmes finos por deposição na técnica é de custo relativamente alto quando se trata de utilizar um equipamento comercial. As indústrias que desenvolvem os *spin coaters* não são nacionais e também não contam com recurso de estimativas dimensionais do filme fino pós-centrifugação, o que dificulta a pesquisa científica da área devido a repeditos processos para obtenção de espessura requerida (ZHENG et al., 2017).

## 1.7 Objetivos

### 1.7.1 Objetivo geral

O principal objetivo deste trabalho foi de avaliar a possibilidade de estimativa dimensional de produção de filmes fino de forma computacional através de uma planta sistema de controle de velocidade de rotação em tensões elétricas de a 12 V.

### 1.7.2 Objetivos específicos

- Gerar um algoritmo de solução no *software* Scilab/Xcos para obtenção de respostas em frequência e estabilidade do sistema;
- Realizar a comparação de resultados obtidos do sistema de controle, sua possível influência na produção de filmes finos e comparar de forma gráfica com a literatura as possíveis convergências;

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 Modelagem Matemática

Para Ogata (2010), modelagem matemática de um sistema dinâmico é por definição um conjunto de equações descreve a dinâmica do sistema com precisão ou de forma satisfatória. De acordo com Aguirre (2015) e Nise (2015), existem diversas formas construir um modelo matemático e que há a grande importância da utilização de softwares para assistência quando não se há soluções analíticas.

Os autores ressaltam que existem diversas formas construir um modelo matemático e Aguirre (2015) aborda sobre caixa branca, onde é necessário conhecer a fundo as relações matemáticas que descrevem o fenômeno, e caixa preta, utilizando pouco ou nenhum conhecimento sobre o sistema a ser descrito. Ogata (2010) resalta que a modelagem matemática de um sistema dinâmico não é único e, por depender de perspectiva consistente, é adotada uma forma que o sistema deve ser modelado.

### 2.2 Análise Diferencial de Escoamento de Fluidos Viscosos

Com base em Fox, Pritchard e McDonald (2010), nos estudos de dinâmica de fluidos é desenvolvido a análise integral para três leis de conservação: massa, energia e quantidade de movimento. Este tipo de análise é genérica quando o interesse é observar o campo de escoamento e quando se tem o objetivo de conhecer apenas os efeitos deste campo sobre algum dispositivo. A equação da conservação da massa em análise integral pode ser descrita como:

$$\int_{VC} \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \sum (\rho V A)_{saídas} - \sum (\rho V A)_{entradas} = 0 \quad (2.1)$$

As equações integrais se tornam úteis quando se há o interesse em analisar o comportamento do genérico de um campo de escoamento os efeitos recorrentes em um ou mais dispositivos, contudo, não permite saber os detalhes ponto a ponto do campo de escoamento.

Assim, equações mais bem estabelecidas dentro análise diferencial dos escoamentos foram formuladas para duas das três leis de conservação: massa e quantidade de movimento. As equações, no sistema de coordenadas cartesianas, são a da continuidade (ou conservação da massa), fornecida pela Equação 2.2

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = 0 \quad (2.2)$$

onde  $\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$  e que pode ser reduzida à notação vetorial

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (2.3)$$

E as equações de Navier-Stokes para as coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$ , são

$$\rho \left( \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) \quad (2.4a)$$

$$\rho \left( \frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right) \quad (2.4b)$$

$$\rho \left( \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) \quad (2.4c)$$

e que podem ser resumidas ao termo à notação vetorial

$$\rho \underbrace{\left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \right)}_{\frac{D\vec{v}}{Dt}} = \rho \vec{g} - \vec{\nabla} p + \mu \nabla^2 \vec{v} \quad (2.5)$$

Tais propriedades e parâmetros destas equações serão abordadas durante a modelagem matemática de fluidodinâmica do filme fino no Capítulo 3.

## 2.3 Motor de Corrente Contínua

Os *spinners* possuem a principal característica de obterem máquinas elétricas de corrente contínua (CC) ou alternada (CA). De acordo com Toro (2016), uma definição própria de um motor de corrente contínua trata-se de um gerador de corrente contínua (CC) com seu fluxo de potência invertido, na qual a energia elétrica é convertida em mecânica.

### 2.3.1 Característica Torque-Velocidade do Motor CC

Existem duas equações pertinentes para o torque e corrente nos motores CC, que são as equações Equação 2.6.

$$T_m = K_m \phi_s i_a = K_m K_s i_a^2 \quad (2.6)$$

A Equação 2.6 informa que apenas uma pequena corrente na armadura interna do motor CC é necessária para que supere as perdas comparadas ao valor nominal. A segunda equação informa que a maneira pela qual a corrente da armadura assume somente o valor correto.

Com base em Nise (2015), Dorf e Bishop (2009), o trabalho desenvolvido por Sabir e Khan (2015) mostra a uma relação eletromecânica intensamente estabelecida em um motor. Tão logo, abre possibilidade da revisão das equações que relacionem as características elétricas e mecânica do sistema do motor. Nise (2015) mostra que a *armadura* através do qual a corrente  $i_a(t)$  flui, passa através deste campo magnético em ângulos retos e sente uma força,  $F = Bli_a(t)$ , onde  $B$  é a força do campo magnético e  $l$  é o comprimento do condutor. O torque resultante gira o rotor, o membro giratório do motor responsável pela rotação do substrato.

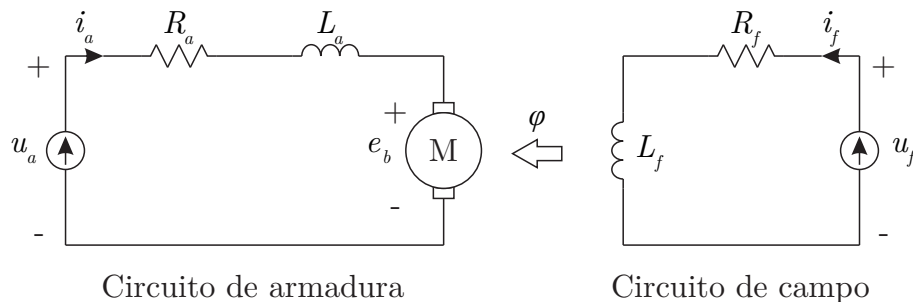
### 2.3.2 Circuito Elétrico de um Motor de Corrente Contínua

Como a armadura de transporte de corrente está girando em um campo magnético, sua voltagem é proporcional à velocidade. Desta forma,

$$e_b = K_b\omega \quad (2.7)$$

onde  $e_b(t)$  trata-se de ser a *força eletromotriz* (emf),  $K_b$  é uma constante de proporcionalidade da força predita e  $d\theta(t)/dt = \omega(t)$  é a velocidade angular do motor. Na Figura 3 há a ilustração de um campo magnético que é desenvolvido por ímãs permanentes estacionários ou por um eletroímã estacionário chamado campo fixo.

Figura 3 – Circuito elétrico de um motor de corrente contínua



Fonte: O autor

Há outro fenômeno que ocorre no motor que se trata de um condutor movendo-se perpendicularmente a um campo magnético gerando uma tensão nos terminais do condutor igual a  $u = Ble$ , onde  $u$  é a tensão e  $e$  é a velocidade do condutor normal para o campo magnético.

## 2.4 Sistemas de Controle

Neste trabalho é abordado conteúdo referente a sistema de controle de dispositivos, assim dá-se a oportunidade de contextualizar alguns conceitos importantes do assunto.

Para Nise (2015), Ogata (2010), Dorf e Bishop (2009), um sistema de controle pode ser entendido como um conjunto de dispositivos e equipamentos responsáveis pelo gerenciamento do comportamento de um sistema, linear ou não, com características mecânicas, elétricas, térmicas, químicas, etc. Para se devolver o controle, é necessário que o sistema possua sua modelagem matemática de planta (objeto a ser controlado) que segue de um projeto do controlador e elaboração física do sistema.

### 2.4.1 Transformada de Laplace

A transformada de Laplace é definida como

$$\mathcal{L}[f(t)] = F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (2.8)$$

em que  $s = j\omega$  é uma variável complexa. Sendo assim, conhecendo-se a forma de  $f(t)$  e sabendo que a integral da Equação 2.8 existe, obtém-se uma função  $F(s)$ , a transformada de Laplace de  $f(t)$ .

### 2.4.2 Função de Transferência de Malha Aberta e Malha Fechada

De acordo com Dorf e Bishop (2009), de maneira mais geral, a função de transferência consiste em elaborar uma representação de um sistema estabelecida através de uma função que relacione algebricamente a saída de um sistema à sua entrada. Diferente das equações diferenciais, é possível separar a saída, o sistema e a entrada em três partes distintas. A função de transferência também permite combinar algebricamente representações matemáticas de subsistemas para se obter a representação geral do sistema.

Um sistema de controle pode ter a sua função de transferência de malha aberta (FTMA) e malha fechada (FTMF). As FTMA não apresentam realimentação e deve ser utilizada em sistemas sem distúrbios que podem comprometer a variável de controle e são principalmente utilizadas em sistemas de operações sequenciais como sinaleiras, máquinas de lavar, etc.

Já as FTMF, que de antemão é a configuração que foi utilizada neste trabalho, possuem características mais robustas como:

- A saída é realimentada com o fim de obter o controle efetivo da variável de controle do sistema;
- Tendência de eliminação do erro fazendo com que o sistema tenda à estabilização e uma referência;
- O grau de imunidade a distúrbios externos é diretamente ligada a cada sistema;

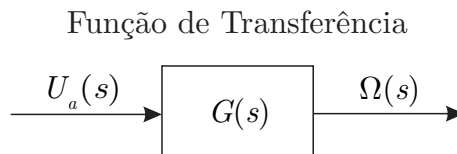


- Imunidade à variação de parâmetros físicos internos ao sistema;
- A realimentação pode ser positiva ou negativa;
- Cada elemento possui uma função de transferência própria.

#### 2.4.2.1 Diagrama de Blocos

Diagrama de blocos é uma representação de representação de uma função de transferência que consiste em facilitar a visualização do processo de fluxo de controle. A ?? representa um processo simples com uma função de transferência  $G(s)$ .

Figura 4 – Exemplo de diagrama de blocos simples.



Fonte: O autor

### 2.4.3 Resposta em Frequência

Nise (2015) informa da dificuldade de modelar um sistema representado por uma equação diferencial na forma de um diagrama de blocos. Desta forma, a transformada de Laplace é a melhor maneira de representar a entrada, a saída e o sistema como entidades separadas (blocos) e, além disso, sua relação é simplesmente algébrica.

Os diagramas de respostas em frequência são muito úteis se fazer a análise da estabilidade de um sistema realimentado. Nise (2015) mostra que três maneiras de analisar a resposta em frequência de um sistema em malha fechada são através dos diagramas de Bode, do diagrama de Nyquist e através do diagrama de Nichols.

Os três diagramas possuem as mesmas informações. O que se difere entre os gráficos é como as informações estão dispostas ao projetista. Os diagramas são obtidos através da função de transferência em malha aberta. Para plotar estes gráficos, deve-se entrar com os dados do sistema em malha aberta. Esta é a grande vantagem destes métodos, pois obtém-se a informação sobre a estabilidade do sistema em malha fechada com informações do sistema em malha aberta.

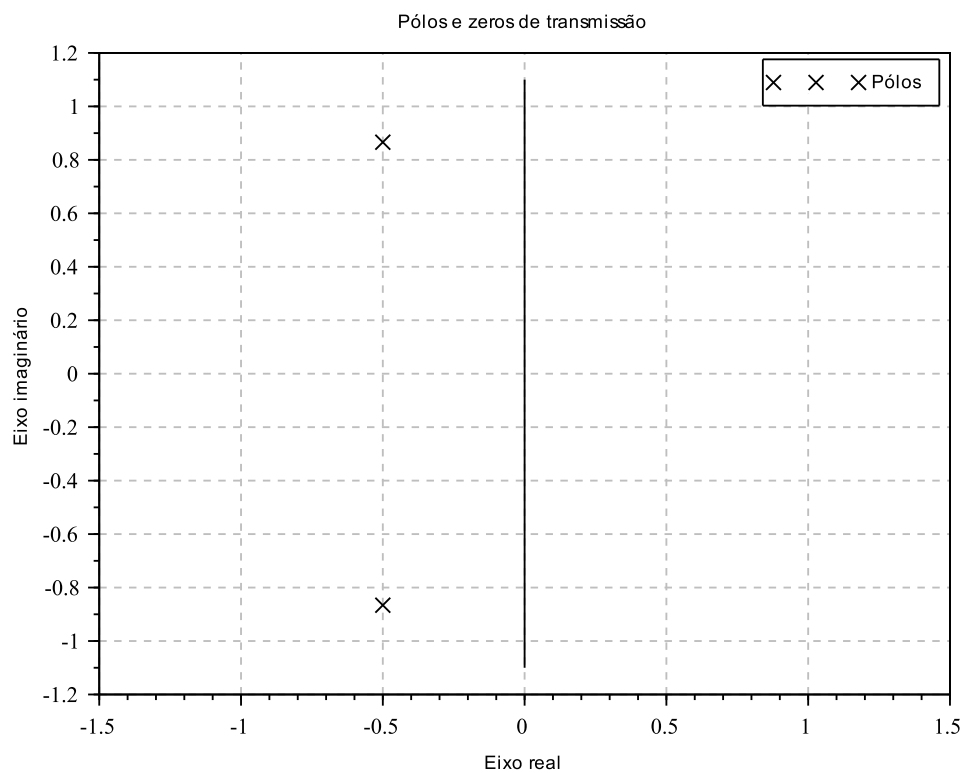
#### 2.4.3.1 Polos, Zeros e Diagrama de Bode

Segundo Nise (2015), em teoria de controle, a representação da resposta em frequência de um circuito é dado diagrama de Bode. De forma geral, trata-se da combinação de um diagrama de magnitude em decibéis (dB) que expressa o quanto há de ganho modular

obtido pelo sistema a uma determinada frequência, junto com um respectivo diagrama de fase que representa o ganho fasorial também em função da frequência, em Hertz (Hz).

Após a obtenção do ganho relativo ao sistema, com base em Ogata (2010), monta-se um diagrama de polos e zeros Figura 5 para se analisar o circuito. O diagrama de polos e zeros é criado utilizando fasores que ligam os polos e zeros na frequência  $s = j\omega$  escolhida, obtendo-se o valor do ganho em determinada frequência. Neste gráfico, o módulo é o tamanho do fasor e a fase é o ângulo que o fasor faz com o eixo dos números reais.

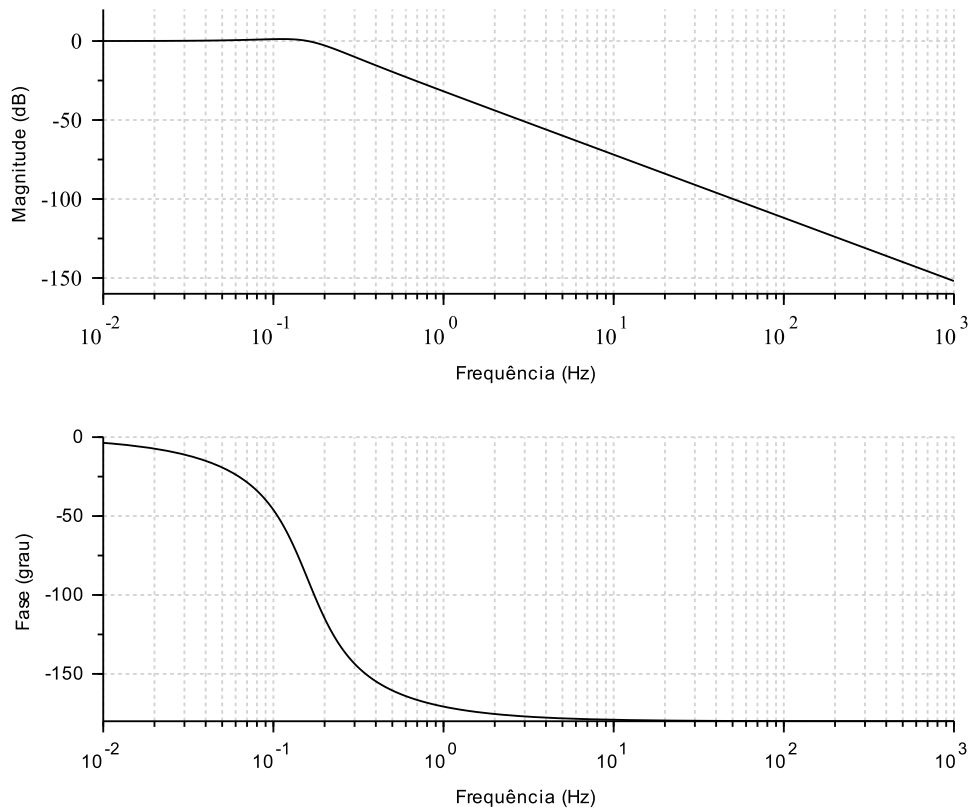
Figura 5 – Exemplo de diagrama de Pólos e Zeros



Fonte: O autor via Scilab (versão 6.0.1)

Tendo-se o diagrama de polos e zeros, Ogata (2010) faz-se o diagrama de Bode, como mostra a Figura 6 analisando os intervalos entre tanto os polos quanto os zeros. Entre cada um desses intervalos considera-se que a frequência  $j\omega$  é muito maior que a menor frequência do intervalo e muito menor que a maior frequência do intervalo.

Figura 6 – Exemplo de diagrama de Bode



Fonte: O autor via Scilab (versão 6.0.1)

#### 2.4.3.2 Critério de Estabilidade e Diagrama de Nyquist

O critério de Nyquist, na teoria do controle e na teoria da estabilidade, foi desenvolvida pelo engenheiro electricista sueco-americano Harry Nyquist, Dorf e Bishop (2009) afirmam que consiste em uma técnica gráfica para avaliar a estabilidade de um sistema dinâmico.

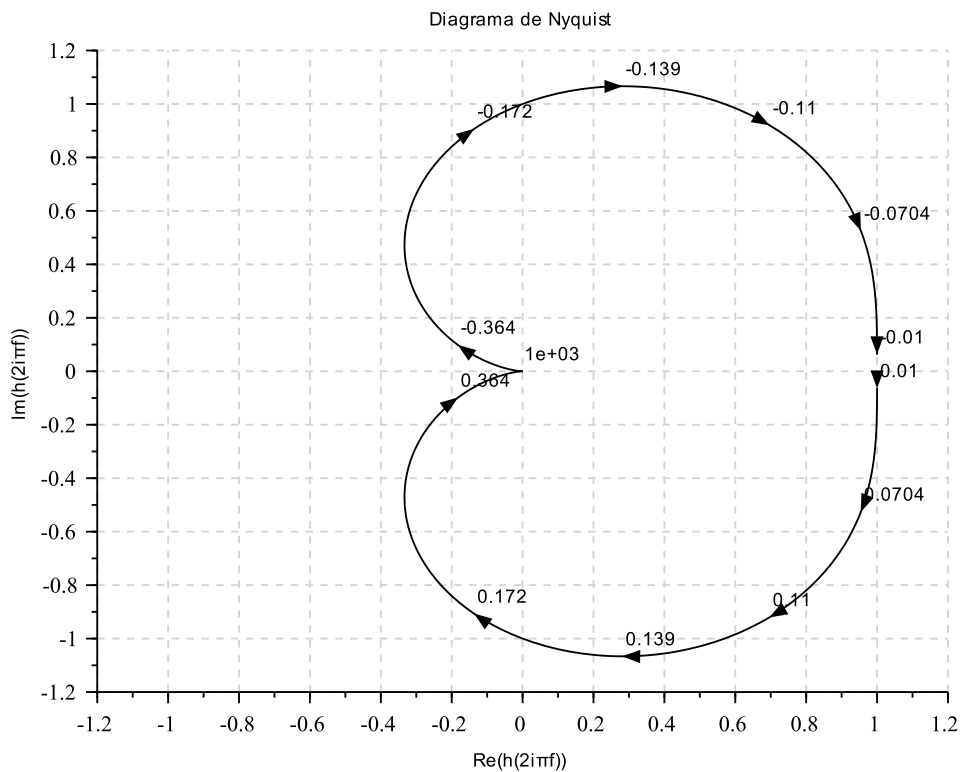
Com o gráfico de Nyquist dos sistemas de malha aberta se tem como computar os polos e os zeros do sistema de malha fechada com o número de polos do sistema de malha aberta sendo conhecidos. Como resultado, é válido para sistemas definidos por funções não racionais como sistemas com atrasos, por exemplo.

Com base em Ogata (2010), por definição, o diagrama de Nyquist é representado como um contorno que abrange o lado direito de um plano complexo que se desloca no eixo  $j\omega$  percorre um caminho de  $0 - j\omega$  à  $0 + j\omega$  e com um arco semicircular de com raio  $r \rightarrow \infty$  que começa de  $0 + j\omega$  e se desloca até  $0 - j\omega$ .

Na Figura 8 exemplifica o exemplo de um diagrama de Nyquist para uma função  $1 + G(s)$ . O número de circunferências de sentido horário na origem deve ser o número de zeros no semiplano direito menos os polos de  $1 + G(s)$ . Caso o contorno seja mapeado

através da função de transferência de malha aberta  $G(s)$ , o resultado é o gráfico de Nyquist de  $G(s)$  que é o mesmo na figura, porém deslocado geometricamente uma unidade real para esquerda no plano complexo.

Figura 7 – Exemplo de diagrama de Nyquist



Fonte: O autor via Scilab (versão 6.0.1)

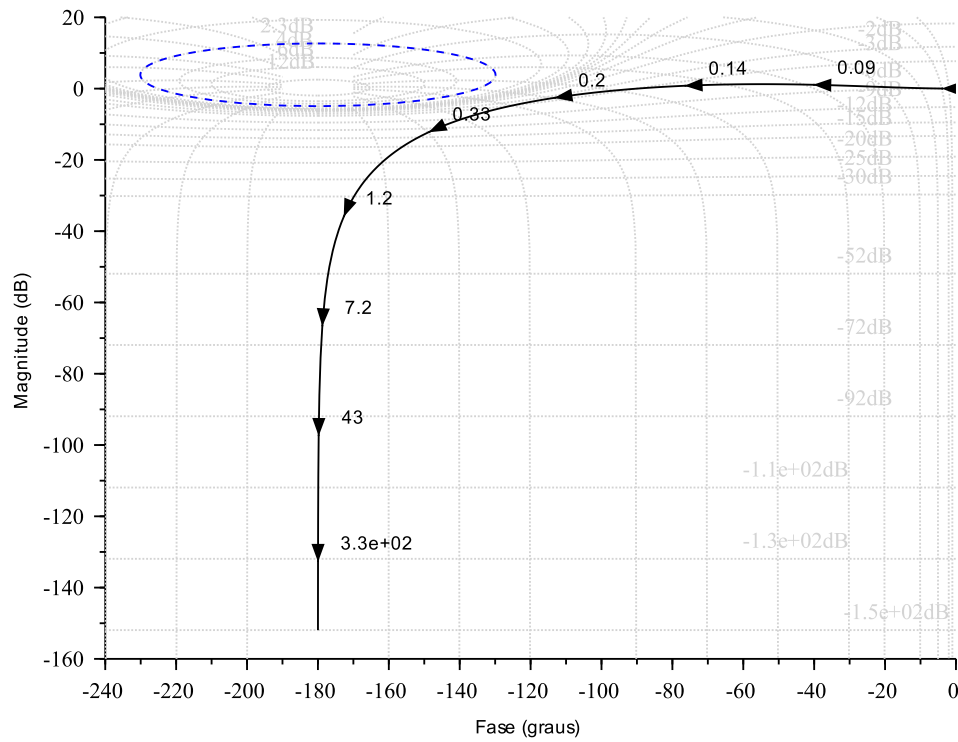
Se o sistema inicialmente estiver instável, a realimentação é necessária para estabilizar o sistema. Os polos no semiplano direito apresentam esta instabilidade. Para a obtenção de estabilidade em malha fechada desse sistema, o número de raízes na metade direita do plano  $s$  deve ser igual a zero. Desta forma, o número de voltas anti-horárias sobre o ponto crítico  $-1 + j\omega$  deve ser igual ao número de polos do sistema em malha aberta, pois qualquer volta produzida no sentido horário no ponto crítico irá indicar que o sistema de controle ainda irá se desestabilizar em malha fechada.

### 2.4.3.3 Diagrama de Black e Carta de Nichols

Nise (2015) avalia que se houver uma FTMA expressa como  $G(s) = N(s)/D(s)$  e um modelo de FTMF expressa por  $M(s) = G(s)/(1 + G(s))$ , gráfico de Black e carta de Nichols apresentam uma curva de resposta de malha aberta de  $20 \log_{10}(|G(s)|)$  em dB em relação ao  $\arg(G(s))$  em graus, é possível que o projetista do sistema sobreponha um

gráfico de  $20 \log_{10}(|M(s)|)$  como  $\arg(M(s))$  para obter a FTMF diretamente da FTMA de tal forma que a frequência  $\omega$  seja o parâmetro independente ao longo da curva plotada. Portanto, o gráfico de Nichols-Black se torna útil para analisar estabilidade e robustez do sistema linear. A Figura 7 ilustra um exemplo do diagrama.

Figura 8 – Exemplo de diagrama de Black e Carta de Nichols

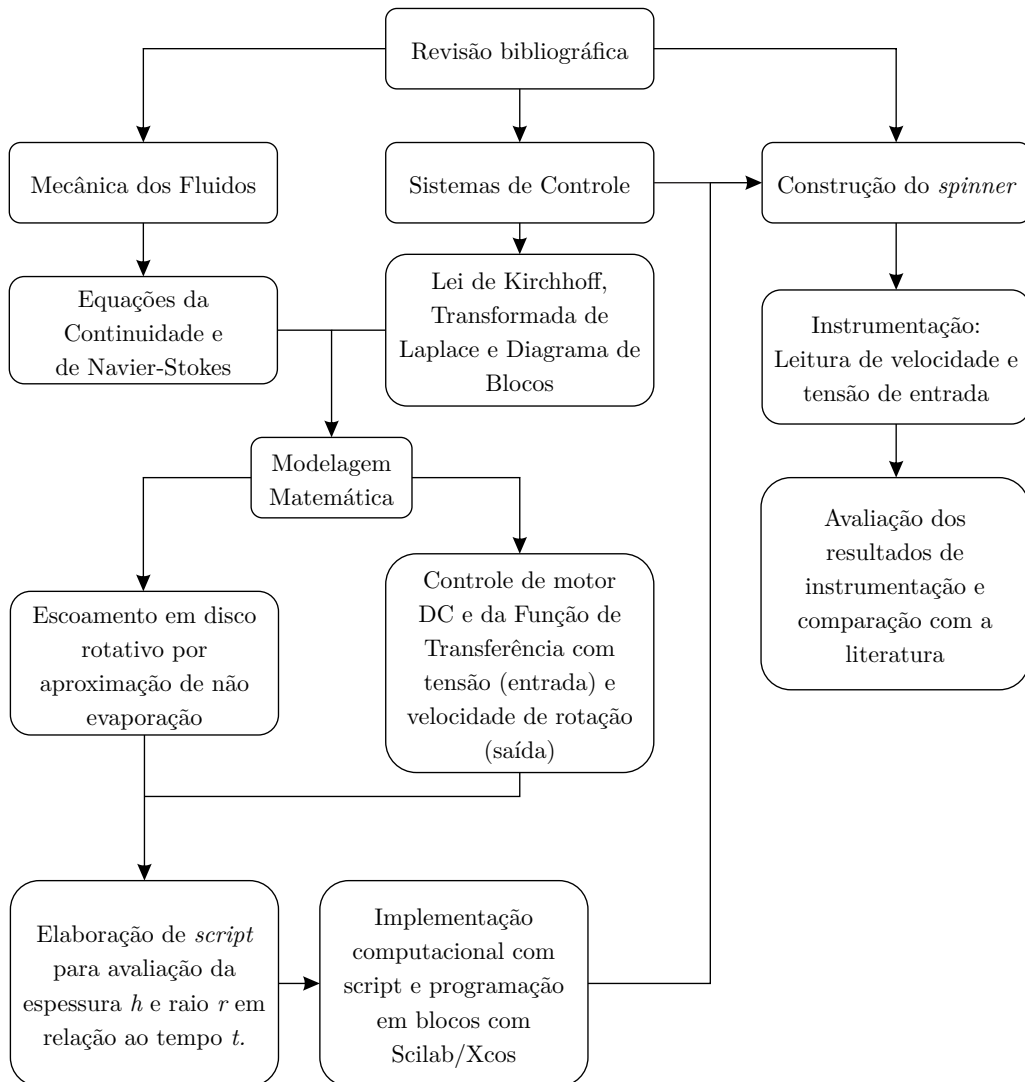


Fonte: O autor via Scilab (versão 6.0.1)

### 3 MODELAGEM E IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

O Capítulo 3 mostrará o desenvolvimento das modelagens matemáticas embasadas nas literaturas mais citadas atualmente no temas da pesquisa sobre fluxo em disco rotativo e serão tratadas as equações que descrevem satisfatoriamente o fenômeno de produção de filmes finos pela técnica de deposição por *spin coating* na seção 3.1 e o controle de velocidade de rotação na seção 3.2. No mesmo capítulo, o contexto de modelagem matemática de sistemas de controle de motores DC também serão tratadas das relações eletromecânicas. De maneira geral, a Figura 9 ilustra o fluxo do desenvolvimento da pesquisa.

Figura 9 – Fluxograma de desenvolvimento da pesquisa



### 3.1 Modelagem matemática de *spin coating*

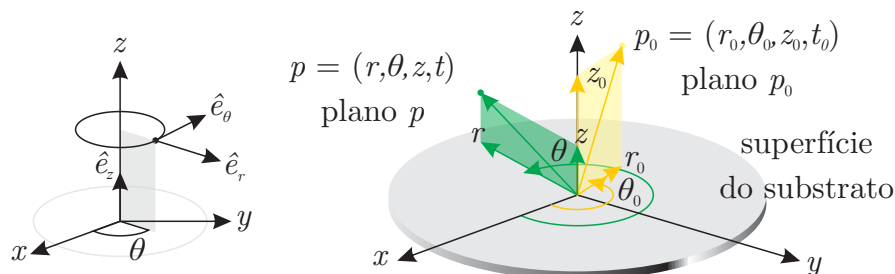
Como pressuposição, Yacobi (2003), Sedra e Smith (2004) afirmam que a uniformidade no filme é importante uma vez que variações residuais de espessura podem resultar em complicações em materiais supercondutores. Assim, com base em Higgins (1986) e Wu (2006), a uniformidade pode ser obtida somente se a operação de *spinning* (rotação) puder nivelar as variações extremas de espessura nos estágios iniciais de distribuição uma vez que se tem o controle da centrifugação.

Portanto, inicialmente assume-se que

- Plano rotativo é infinito em extensão;
- Plano é horizontal, de modo que não há declividades em qualquer raio;
- Camada líquida é radialmente simétrica e tão fina que as diferenças no potencial gravitacional normal à superfície do disco tem efeito desprezível na distribuição do líquido comparado ao efeito das forças centrífugas;
- Viscosidade é independente da taxa de cisalhamento, isto é, o líquido é newtoniano;
- Camada líquida é tão fina que a resistência ao cisalhamento é apreciável somente em planos horizontais; e
- Velocidade radial é tão pequena que as forças de Coriolis podem ser negligenciadas.

Desta forma, Fox, Pritchard e McDonald (2010) descreve que para se obter os detalhes de um escoamento, deve-se aplicar as equações de movimento dos fluidos na forma diferencial a partir da equação da continuidade e das equações de Navier-Stokes no sistema de coordenadas cilíndricas ilustrada na Figura 10.

Figura 10 – Sistema de coordenadas cilíndricas



Fonte: O autor

A velocidade geral se dá por  $v = v_r(r, z, t) \hat{e}_r + v_\theta(r, z, t) \hat{e}_\theta + v_z(r, z, t) \hat{e}_z$ , onde  $\hat{e}_r$ ,  $\hat{e}_\theta$  e  $\hat{e}_z$  são vetores unitários ao longo dos eixos de coordenadas mostrada na Figura 10.

### 3.1.1 Aproximação por não-evaporação

Desprezando completamente toda a evaporação capaz de ocorrer durante a centrifugação do fluido e considerando todas as condições preditas e equacionando as forças centrífuga e viscosas por unidade de volume, tem-se que a Equação 3.1, com as condições hipóteses preditas e embasadas no trabalho de Higgins (1986) para fins de comparação, as equações da continuidade (3.1a), de Navier-Stokes (3.1b), (3.1c) e (3.1d) são

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (\rho r v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial (\rho r v_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial (\rho v_z)}{\partial z} = 0 \quad (3.1a)$$

A Equação 3.1b para a componente radial  $r$ ,

$$\begin{aligned} \rho \left( \frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^2}{r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) &= \rho g_r - \frac{\partial p}{\partial r} \\ + \mu \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r v_r] \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \right\} \end{aligned} \quad (3.1b)$$

A Equação 3.1c fornece para a componente  $\theta$ ,

$$\begin{aligned} \rho \left( \frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} - \frac{v_r v_\theta}{r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right) &= \rho g_\theta - \frac{\partial p}{\partial \theta} \\ + \mu \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r v_\theta] \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2} \right\} \end{aligned} \quad (3.1c)$$

E a Equação 3.1d fornece para a componente  $z$ ,

$$\begin{aligned} \rho \left( \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) &= \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} \\ + \mu \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right] \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right\} \end{aligned} \quad (3.1d)$$

onde  $\mu$  é a viscosidade,  $\rho$  a densidade do fluido,  $\nu = \mu/\rho$  a viscosidade cinemática,  $p$  a pressão ao longo do filme,  $\omega(t)$  uma função da frequência angular ou velocidade de rotação do substrato e  $v_r$  a velocidade radial em qualquer ponto das coordenadas cilíndricas.

Um aprofundamento da teoria de *spin coating* com variação da densidade do fluido pode ser observado por Wu (2006) para substratos com diferentes níveis temperatura levando em consideração a variação de pressão do ar na direção de  $r$ , isto é, axis simetricamente aquecido, como retrata o título do trabalho. Contudo, para simplificação deste trabalho,  $\partial p/\partial r = 0$ . A Equação 3.1b se torna Equação 3.2,

$$\nu \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} = -\frac{v_r^2}{r} \quad (3.2)$$

Sabendo que  $v_r = \omega r$  e substituindo na Equação 3.2, tem-se a equação diferencial parcial de segunda ordem da velocidade radial em relação a  $z$ , tem-se

$$\frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} = -\nu^{-1} \omega^2 r \quad (3.3)$$



Integrando ambos os lados em função da dimensão  $z$ ,

$$\frac{\partial v_r}{\partial z} = -\nu^{-1}\omega^2 r z + f_1 \quad (3.4a)$$

e

$$v_r = -\frac{\nu^{-1}\omega^2 r z^2}{2} + z f_1 + f_2 \quad (3.4b)$$

onde  $f_1 = f_1(r, z, t)$  e  $f_2 = f_2(r, z, t)$  são funções de integração arbitrárias que podem ser determinada através das condições iniciais ou de contorno supracitadas. Assim, a Equação 3.4b detertmina a velocidade radial em função de  $z$ .

### 3.1.2 Condições de contorno

Tomando-a e aplicando as condições de contorno, tem-se as constantes de integração e analisando o trabalho de Emslie, Bonner e Peck (1958), as condições de contorno para a velocidade radial do fluido é a condição de não escorregamento que considera-se que  $v_r = 0$  na superfície do substrato de  $z = 0$  e que a variação de velocidade em relação a  $z$  também é nula, isto significa dizer que a aceleração de queda da espessura  $z = h$  é  $\partial v_r / \partial z = 0$ , por não haver força cisalhante.

A Equação 3.5 mostra a aplicação das condições de contorno na primeira derivada da velocidade radial, isto é, a aceleração radial.

$$0 = -\nu^{-1}\omega^2 r h + f_1 \Rightarrow f_1 = \nu^{-1}\omega^2 r h \quad (3.5)$$

Vale salientar alguns ajustes considerados nos trabalhos de Emslie, Bonner e Peck (1958) e de Higgins (1986) e no trabalho mais recente de Wu (2006) que a condição de contorno de que a velocidade radial é  $v_r = 0$  no raio  $r = 0$ . No entanto, na Equação 3.6, aplica-se a condição do instante em que a velocidade radial é  $v_r = 0$  na espessura  $h = h_0$  e raio inicial de  $r = r_0$ , uma vez que a frequência angular  $\omega(t)$  é  $\omega = 0$  em  $t = 0$ . A função de  $\omega$  é determinada em seção 3.2 através da função de transferência com a tensão elétrica como parâmetro de controlabilidade.

$$0 = -\nu^{-1}(0)^2 r_0 \left( \frac{h_0^2}{2} + h_0 \right) + f_2 \Rightarrow f_2 = 0 \quad (3.6)$$

Desta forma, a velocidade radial de espalhamento do filme em função do raio  $r$  e  $z$  é fornecida pela Equação 3.7

$$v_r = \nu^{-1}\omega^2 r \left( h z - \frac{z^2}{2} \right) \quad (3.7)$$

Com base em Matsumoto, Saito e Takashima (1974), a velocidade radial também pode ser obtida através da variação do fluxo radial  $q(r, z, t)$  em relação ao comprimento

da espessura em  $z$ , como expressa a Equação 3.8

$$v_r = \frac{\partial q}{\partial z} \quad (3.8)$$

Aplicando a Equação 3.7 na Equação 3.8, se obtém a taxa de variação do fluxo radial em termos de  $z$  ao longo do substrato, é dada por Equação 3.9

$$\frac{\partial q}{\partial z} = \nu^{-1} \omega^2 r \left( hz - \frac{z^2}{2} \right) \quad (3.9)$$

Realizando a integração da Equação 3.9, tem-se que o fluxo radial em termos dos parâmetros conhecidos, dada por Equação 3.10

$$q(r, z, t) = \nu^{-1} \omega^2 r \int_{h_0}^h \left( hz - \frac{z^2}{2} \right) dz = \frac{\rho \omega^2 r}{3\mu} (h^3 - h_0^3) \quad (3.10)$$

A velocidade tangencial no sentido de rotação  $\theta$  é denotada por  $v_\theta$  e  $v_z$  é a velocidade com qual a espessura  $h$  diminui ao longo do tempo de centrifugação, na qual a Equação 3.11, parcela das equações de Navier-Stokes, denota a variação da espessura  $h$  em relação às coordenadas de  $r$  e  $z$  e o tempo  $t$ .

$$\frac{\partial h}{\partial t} = v_z(r, z, t) \quad (3.11)$$

A fim de simplificação com base em Emslie, Bonner e Peck (1958) e revisões de Higgins (1986), a condição onde considera-se  $\partial \rho / \partial t = 0$ , na qual prediz que a variação da densidade do fluido não é variável com o tempo, tem-se a característica de um escoamento incompressível não transiente e que será submetida à temperatura de ambiente constante. Assim, a Equação 3.1a se torna

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (rv_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial (rv_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (3.12)$$

De forma análoga, se  $\partial v_\theta / \partial \theta = 0$ , o sistema expressa que não há variação de velocidade de rotação tangencial na direção  $\theta$ . Assim, a Equação 3.12 é simplificada em

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (rv_r)}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (3.13)$$

Aplicando a regra da cadeia na Equação 3.13, tem-se,

$$\frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial h}{\partial t} \right) = 0 \quad (3.14)$$

e rearranjando a Equação 3.14 para  $q = v_z \partial z$ , tem-se

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{1}{r} \frac{\partial (rq)}{\partial r} \quad (3.15)$$

Tomando que  $\kappa = \rho \omega^2 / 3\mu$  uma vez que todos estes parâmetros são constantes e aplicando a Equação 3.10 na Equação 3.15,

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{\kappa}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 h^3) \quad (3.16)$$

### 3.1.3 Caso de Distribuição Uniforme

Para uma solução da equação diferencial parcial fornecida pela Equação 3.16, toma-se a consideração do fato da existência de uma solução especial dependente do tempo. Assim, aplicando a regra da cadeia no segundo termo desta, tem-se que

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -2\kappa h^3 + 3\kappa r h^2 \frac{\partial h}{\partial r} \quad (3.17)$$

Como o filme fino é uniforme no início, a espessura  $h$  não depende do raio  $r$ . Desta forma,  $\partial h/\partial r = 0$  gera que  $\partial h/h^3 = -2\kappa \partial t$ . Como propriedade, se o termo da espessura  $h$  depender somente do parâmetro tempo  $t$ , a equação pode ser solucionada como uma equação diferencial ordinária, porém sabe-se que na realidade depende de outros parâmetros como a própria aceleração do motor nos primeiros instantes de rotação, que é expressa pelo termo  $\partial v_\theta/\partial t$  na Equação 3.1c adaptada das Equações de Navier-Stokes. Realizando a integração de ambos os lados desta para as condições em que no tempo inicial  $t = 0$  se tenha  $h = h_0$ , e que em  $t > 0$ ,  $h = h_t$ , se tem que

$$-\frac{1}{2h^2} = -2\kappa t + c_3 \Rightarrow -\frac{1}{2h_t^2} = -2\kappa(0) + c_3 \Rightarrow c_3 = -\frac{1}{2h_0^2} \quad (3.18)$$

Desta forma, a solução implícita é dada por

$$\frac{1}{2h^2} = 2\kappa t + \frac{1}{2h_0^2} \quad (3.19)$$

Rearranjando a Equação 3.19, tal que  $h^2 = 1/(4\kappa t + 1/h_0^2)$ , tem-se que a espessura do filme em função do tempo é dada por

$$h(t) = h_0 \left(4\kappa h_0^2 t + 1\right)^{-\frac{1}{2}} \quad (3.20)$$

onde a constante  $h_0$ , independente de  $r$ , corresponde à altura inicial de uma camada de fluido.

A Equação 3.20 mostra que a camada de fluido diminui em espessura por um fator de tempo  $\psi$ , fornecida pela Equação 3.21

$$\psi = \frac{1}{4\kappa h_0^2} \quad (3.21)$$

o que mostra que uma camada espessa se afina muito mais rapidamente que uma camada fina. Isto sugere, por sua vez, que uma camada não uniforme deve se tornar cada vez mais uniforme à medida que a centrifugação continua. Esta conclusão é confirmada pela solução geral da Equação 3.17, que será derivada a seguir.

### 3.1.4 Solução Geral

A solução geral pode ser obtida considerando-se, em vez do diferencial parcial de primeira ordem da Equação 3.17, um conjunto equivalente de duas equações diferenciais

ordinárias simultâneas de primeira ordem. Para fazer isso, a Equação 3.17 é expressa na forma

$$-2\kappa h^3 = \frac{\partial h}{\partial t} + 3\kappa r h^2 \frac{dh}{dt} \quad (3.22)$$

Agora, imaginando que os sucessivos contornos da superfície definidos pela Equação 3.21 são dados pela posições instantâneas de um conjunto de pontos que se movem ao longo de uma família de curvas características. Então a altura  $h$  de qualquer desses pontos móveis varia de acordo com a expressão derivada total,

$$\frac{dh}{dt} = \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h}{\partial r} \frac{dr}{dt} \quad (3.23)$$

As equações diferenciais para as curvas características agora podem ser obtidas anotando as condições de consistência mútua da Equação 3.21 e Equação 3.22, expressas por

$$\frac{dh}{dt} = -2\kappa h^3 \quad (3.24)$$

e

$$\frac{dr}{dt} = 3\kappa r h^2 \quad (3.25)$$

Nota-se que, se a Equação 3.24 for integrada em ambos os lados, há a reafirmação da solução da Equação 3.16, fornecida pela Equação 3.20. Desta forma, substituindo a expressão da Equação 3.20 na Equação 3.25, tem-se

$$\frac{dr}{dt} = 3\kappa r \left( \frac{h_0}{\sqrt{4\kappa h_0^2 t + 1}} \right)^2 = \frac{3\kappa h_0^2 r}{4\kappa h_0^2 t + 1} \quad (3.26)$$

Realizando a integração da Equação 3.26, que se trata de uma equação diferencial homogênea e de primeira ordem, toma-se que a solução de geral é

$$r = c_4 \left( 4\kappa h_0^2 t + 1 \right)^{\frac{3}{4}} \quad (3.27)$$

sendo  $c_4$  obtida através das condições iniciais. Assim, para  $r(r_0, h_0, 0, 0) = r_0$ ,

$$r_0 = c_4 \left( 4\kappa h_0^2 (0) + 1 \right)^{\frac{3}{4}} \Rightarrow c_4 = r_0 \quad (3.28)$$

desta forma, tem-se a Equação 3.29 generalizada para do raio do filme fino em qualquer tempo  $t$ .

$$r = r_0 \left( \frac{4\rho\omega^2 h_0^2}{3\mu} t + 1 \right)^{\frac{3}{4}} \quad (3.29)$$

As Equações (3.29) e (3.30) fornecem as coordenadas  $(r, h)$  após o tempo  $t$  de um ponto na superfície em termos de suas coordenadas originais  $(r_0, h_0)$ . Assim, a partir de qualquer contorno inicial da superfície, pode-se construir o novo contorno após qualquer tempo de centrifugação.

$$h = h_0 \left( \frac{4\rho\omega^2 h_0^2}{3\mu} t + 1 \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (3.30)$$

### 3.1.5 Grupos adimensionais

Para fins de melhor visualização de plotagens, é possível de obter os grupos adimensionais de tempo, raio e espessura do filme dadas por

$$\psi = \frac{4\rho\omega^2 h_0^2}{3\mu} \quad (3.31a)$$

$$H = \frac{h}{h_0} = (\psi t + 1)^{-\frac{1}{2}} \quad (3.31b)$$

$$R = \frac{r}{r_0} = (\psi t + 1)^{\frac{3}{4}} \quad (3.31c)$$

Tal fator importante para análise é o próprio número de Reynolds para tal escoamento, dado por

$$\text{Re} = \frac{\rho v_r h^2}{\mu r} = \frac{\rho \nu^{-1} \omega^2 r \left( h z - \frac{z^2}{2} \right) h^2}{\mu r} = \frac{\omega^2 h^4}{2\nu^2} \quad (3.32)$$

na qual depende das condições de pré-centrifugação e da velocidade de rotação máxima para se avaliar se o escoamento será turbulento ou não.

Segundo Wu (2006), a transição do fluxo de ar externo de um estado laminar para um estado turbulento ocorre aproximadamente quando o número de Reynolds é  $\text{Re}_{\text{air}} = \rho r^2 / \nu_{\text{air}} \approx 3 \times 10^5$ . Para um disco girando a uma velocidade  $\omega = 1000$  rpm, o fluxo de ar externo torna-se turbulento aproximadamente na posição radial  $r = 21,2$  cm. Nas simulações a seguir, um domínio com uma coordenada radial máxima menor que 21,2 cm é escolhido para evitar a instabilidade significativa do fluxo laminar ou a transição de turbulência do fluxo de ar externo.

Na seção 3.2 a seguir mostra a fundamentação teórica da relação eletromecânica de um motor de corrente contínua a fim de determinar a Função de Transferência que descreve tal fenômeno.

### 3.2 Modelagem matemática de controle de velocidade de rotação

Como a armadura de transporte de corrente está girando em um campo magnético, sua voltagem é proporcional à velocidade. Desta forma,

$$e_b = K_b \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (3.33)$$

onde  $e_b(t)$  trata-se de ser a *força eletromotriz* (emf),  $K_b$  é uma constante de proporcionalidade da força predita e  $d\theta(t)/dt = \omega(t)$  é a velocidade angular. Sendo assim, aplicando a Transformada de Laplace na Equação 3.33, tem-se  $E_b$  no domínio da frequência  $s$ ,

$$E_b(s) = K_b s \Theta(s) \quad (3.34)$$

A relação entre a corrente da armadura  $i_a(t)$ , a voltagem da armadura aplicada  $u_a(t)$  e a força eletromotriz é fornecida através da Equação 3.35. Para a 2ª lei de Newton para torque, tem-se

$$J_m \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + B_m \frac{d\theta(t)}{dt} = K_t i_a(t) \quad (3.35a)$$

onde  $J_m$  é a inercia do motor e  $B_m$  um eventual amortecimento viscoso no sistema. E para a lei de Kirchhoff no circuito da Figura 3, como mostra a, tem-se

$$R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt} + e_b(t) = u_a(t) \quad (3.35b)$$

A  $E_b(s)$ , é encontrada também escrevendo uma equação Equação 3.35 em volta do circuito de armadura na Transformada de Laplace. Assim,

$$T_l(s) = J_m s^2 \Theta(s) + B_m s \Theta(s) \quad (3.36a)$$

na qual  $T_l(s) = T_m(s) - T_d(s)$ , onde  $T_m$  é o torque desenvolvido pelo motor,  $T_d$  o torque de distúrbio no motor (que há de ser negligenciado) e  $T_l$  é o torque de carga.

A Equação 3.35a, com a Transformada de Laplace, se torna

$$R_a I_a(s) + L_a s I_a(s) + E_b(s) = U_a(s) \quad (3.36b)$$

O torque  $T_m$  é proporcional ao *fluxo no entreferro*,  $\phi$ , que por sua vez é proporcional à corrente de campo, dada por  $\phi = K_f i_f(t)$ .

$$T_m(t) = K_1 \phi i_a(t) = K_1 K_f i_f(t) i_a(t) \quad (3.37a)$$

onde  $T_m$  é o torque com  $K_1$  sendo uma constante de proporção *torque-corrente* e  $K_f$  a constante de proporcionalidade *fluxo-corrente* no campo.

$$T_m(s) = K_m I_a(s) \quad (3.37b)$$

onde  $K_m$  é o produto das outras constantes na Equação 3.37a que é chamada *constante de torque do motor*, que obviamente depende das características do motor e do campo magnético.

### 3.2.1 Função de Transferência

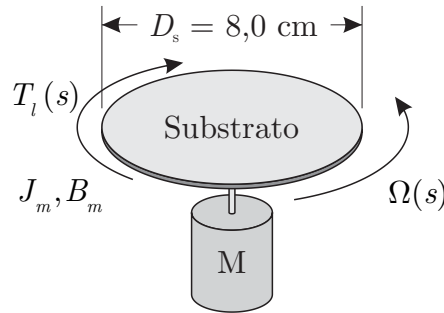
A Função de Transferência consiste na relação de *entrada-saída* do sistema no domínio da frequência  $s$ , sendo a tensão elétrica  $U_a$  na *entrada* do circuito e a velocidade de rotação do eixo do rotor do motor,  $\Omega(s)$ , ou a posição angular,  $\Theta(s)$ , como parâmetros mecânicos na *saída* do circuito. As Equações (3.34) e (3.37b) representam a forma de interação eletromecânica de um motor de corrente contínua (DC) e mostram como isso ocorre. A Função de Transferência pode ser obtida aplicando e rearranjando-as na Equação 3.36, como expressa a Equação 3.38 para a posição angular do rotor,

$$\frac{(L_a s + R_a)T_m(s)}{K_m} + K_b s \Theta(s) = U_a(s) \quad (3.38)$$

Há a necessidade de determinar  $T_m$  em termos de  $\Theta(s)$  para separar as variáveis de entrada e saída para a obtenção da Função de Transferência,  $G(s) = \Theta(s)/U_a(s)$ .

A Figura 11 mostra uma carga mecânica equivalente típica em um motor.

Figura 11 – Carga mecânica equivalente típica em um motor elétrico



Fonte: O autor

Desta forma, como maneira de simplificar o trabalho e como o eixo do motor e o substrato não possuem atritos consideráveis com o ar aos seus redores, o momento de inércia é facilmente calculado sendo conhecidos a massa e diâmetro do substrato. Tomando a Equação 3.36a e evidenciando a posição  $\Omega(s)$ , tem-se

$$J_m s^2 \Theta(s) + B_m s \Theta(s) = T_m(s) - T_d(s) \quad (3.39)$$

Aplicando a Equação 3.39 na Equação 3.38, tem-se

$$\frac{(L_a s + R_a)(J_m s^2 + B_m s) \Theta(s)}{K_m} + K_b s \Theta(s) = U_a(s) \quad (3.40)$$

Em termos da velocidade angular  $\Omega(s)$  no domínio da frequência, a Equação 3.40 torna-se

$$\left( \frac{(L_a s + R_a)(J_m s + B_m) + K_m K_b}{K_m} \right) s \Theta(s) = U_a(s) \quad (3.41)$$

Duas funções de transferência podem ser obtidas com a posição angular  $\Theta(s)$  como saída e a tensão  $U_a$  como entrada, é dada pela Equação 3.42a

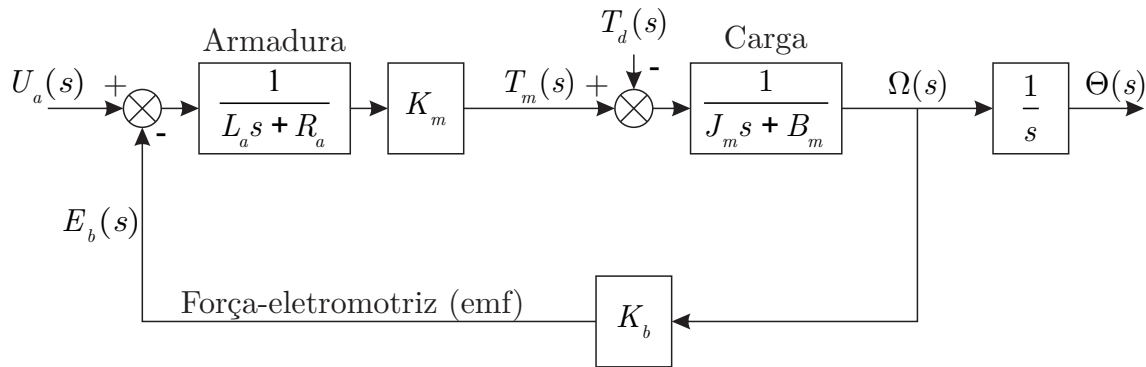
$$\frac{\Theta(s)}{U_a(s)} = \frac{K_m}{s(L_a s + R_a)(J_m s + B_m) + K_m K_b} \quad (3.42a)$$

E a Equação 3.42b fornece em termos da velocidade angular  $\Omega(s)$  e a mesma tensão de entrada. Tal função, que será de principal interesse neste trabalho, pode ser obtida por

$$\frac{\Omega(s)}{U_a(s)} = \frac{K_m}{(L_a s + R_a)(J_m s + B_m) + K_m K_b} \quad (3.42b)$$

Desta forma, é possível obter o diagrama de blocos do processo, como mostra a Figura 12.

Figura 12 – Diagrama de blocos para um motor de corrente contínua



Fonte: O autor

De acordo com Sabir e Khan (2015), com Nise (2015), Dorf e Bishop (2009), uma característica no circuito é de que a indutância da armadura,  $L_a$ , é pequena comparada com a resistência da armadura  $R_a$ , que é usual para um motor DC e é adotada para fins de simplificação. Se a indutância for negligenciada, esta observação de instabilidade se perde. Logo, neste trabalho será considerada o valor da indutância fornecida no *datasheet* do fabricante do motor DC.

### 3.3 Construção do circuito de controle do *spinner*

A Tabela 1 indica as magnitudes de cada componente eletrônico no circuito elétrico para o controle de velocidade.

O circuito geral de operação do equipamento seguiu em seis partes a seguir:

- Parte 1 - Responsável pela alimentação primária do equipamento com tensão elétrica de 110 V a 220 V com corrente alternada (CA). Foi utilizado um acoplador (fêmea)



Tabela 1 – Componentes eletrônicos

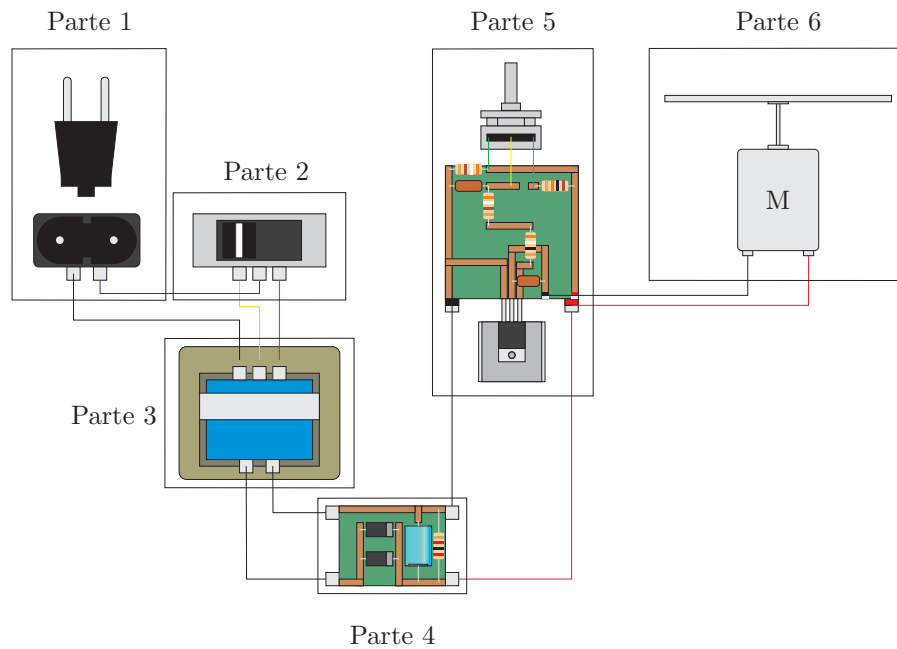
Componente	Local do Circuito	Representação	Valores
Capacitor	Parte 2	$C_0$	1000 $\mu\text{F}$
Capacitor	Parte 2	$C_1$	68 nF
Capacitor	Parte 3	$C_2$	68 nF
Diodo Zener	Parte 2	$D_1$	
Diodo Zener	Parte 2	$D_2$	
Potenciômetro	Parte 3	$P_1$	50 k $\Omega$
Resistor	Parte 2	$R_0$	2 k $\Omega \pm 5\%$
Resistor	Parte 3	$R_1$	10 k $\Omega \pm 5\%$
Resistor	Parte 3	$R_2$	390 $\Omega \pm 5\%$
Resistor	Parte 3	$R_3$	10 k $\Omega \pm 5\%$
Resistor	Parte 3	$R_4$	390 $\Omega \pm 5\%$
Transistor NPN	Parte 3	$T_1$	

Fonte: O autor

do cabo de alimentação como facilitador para remoção para que todo o circuito de operação fosse montada internamente dentro de uma caixa, como mostra os exemplos dos *spinners* comerciais nas figuras 1 e 2.

- Parte 2 - Chave seletora de magnitude da tensão de alimentação primária. Tal possibilidade justifica para mobilidade de uso do equipamento em diferentes tensões gerais.
- Parte 3 - Composto com um transformador de tensão elétrica de 110 V e 220 V para tensão nominal de operação em 12 V com corrente contínua (CA), que foi extraído de um aparelho de som da Philco/Britânia EW-412600, modelo PB126, e possui 12 W de potência máxima.
- Parte 4 - Circuito de transformação de corrente alternada (CA) para corrente contínua (CC) com a atuação dos diodos semicondutores como retificadores.
- Parte 5 - Circuito de controle fluxo de corrente para variação de potência de saída do motor CC.
- Parte 6 - Motor CC com o substrato acoplado para captação de dados de velocidade.

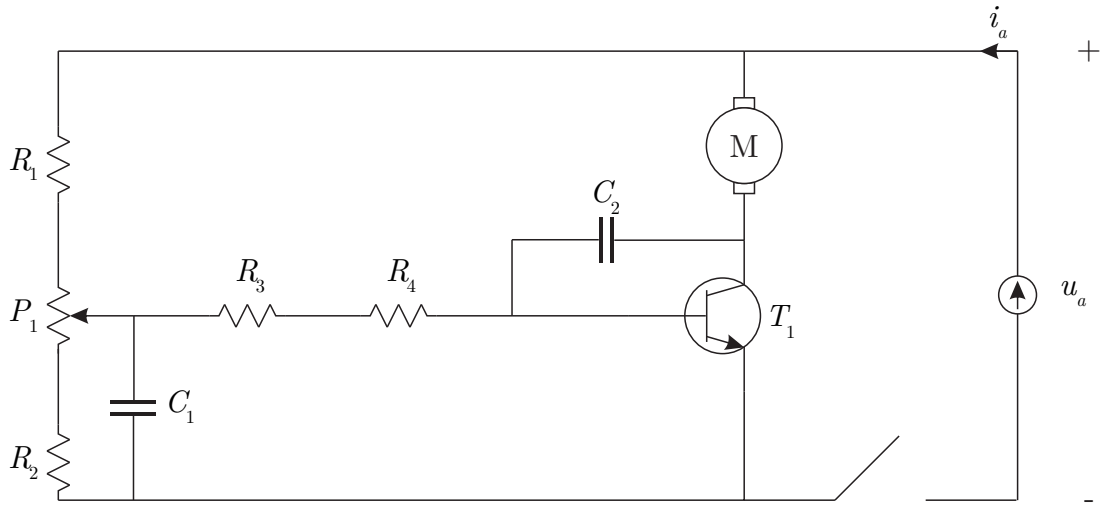
Com a construção do circuito elétrico geral fornece tensão de 12 V para a alimentação do motor CC e pode ser ilustrado pela Figura 13.

Figura 13 – Circuito elétrico geral do *spinner*

Fonte: O autor

O circuito elétrico trabalhado na Parte 5 é um dos mais importantes e é conhecido como circuito *dimmer*, que consiste no controle de fluxo de corrente elétrica, baseado no trabalho de Damanjeet et al. (2012) e Kiyak (2012) no estudo de intensidade luminosa de diodos emissores de luz (LEDs). Tal circuito é constituído por quatro resistores, dois capacitores, um potenciômetro, um transistor e uma chave *on-off*. O esquema eletrônico da Parte 5 é fornecida pela Figura 14.

Figura 14 – Circuito elétrico de tensão de alimentação do motor DC (Parte 5)



Fonte: O autor

Os fios utilizados para conexão dos componentes são de especificações da escala de bitolas de fios elétricos da *American Wire Gauge* (AWG), como mostra na Tabela 2.

Tabela 2 – Fios de escala AWG utilizados

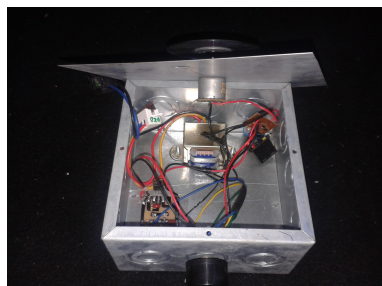
Calibre	Especificações
AWG 30	Diâmetro de 0,2546 mm, seção transversal de 0,051 mm <sup>2</sup> e resistência de 333,3 Ω/km
AWG 20	Diâmetro de 0,8118 mm, seção transversal de 0,52 mm <sup>2</sup> e resistência de 32,69 Ω/km

Fonte: American Wire Society

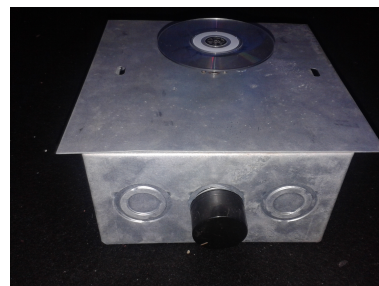
### 3.3.1 Equipamento montado

A Figura 15 mostra a aparência do equipamento montado com as dimensões de 150 × 150 × 85 mm de aço galvanizado.

Figura 15 – Equipamento montado



(a) Equipamento e suas 5 partes.



(b) Equipamento em fechado.

### 3.4 Implementação Computacional

A Figura 16 mostra a janela de códigos implementados no Scilab (6.0.1). Nesta análise fez-se a modelagem computacional do comportamento para o tempo inicial de  $t_0 = 0$  s a  $t_f = 10$  s e número de amostras de  $N = 1000$ . Os comandos `clc` serve para apagar o histórico do histórico de comandos e `clear` para limpar todos os dados salvos em uma análise anterior.

Figura 16 – Implementação computacional de número de iterações

```

1  clc
2  clear
3
4  //=====
5  // DISCRETIZAÇÃO DO TEMPO DE ANÁLISE E TENSÃO
6  t_0 = 0
7  t_f = 10
8  N = 1000
9  PN = N*10/100 // percentual das primeiras amostras
10 NA = PN/5 // número de amostras de string
11 step = 1 // passo de iteração
12 substep = 10
13 U_min = 12 // voltagem mínima de avaliação
14 U_max = 12 // voltagem máxima de avaliação
15
16 t = linspace(t_0, t_f, N) // [s]
17 U = (U_min:step:U_max)
18 i = 1; j = i
19

```

Fonte: O autor via Scilab (versão 6.0.1)

O item `PN` (*percentual number*) é o limite de amostragem dos primeiros 10% de números a serem analisados nos gráficos dos resultados e o item `substep` identifica os passos unitários de iterações. Os itens `U_min` e `U_max` denotam a análise nas faixas de tensões elétricas mínima e máxima respectivamente, que para o sistema é variável de de 0 a 12 V e neste caso são iguais para a análise na tensão somente em 12 V.

Para vetor de tempo linear de amostragem é dado pelo código `t = linspace(t_0, t_f, N)` com as  $N$  amostragens. O vetor de faixa de tensão elétrica `U` é fornecido por `U = (U_min:step:U_max)`, que lê-se *U é igual a tensão mínima que varia de um passo à tensão máxima*. Os outros comandos semelhantes equivalem desta mesma forma.

Nota-se que a constante de momento viscoso é obtida através da massa de fluido polímero PDMS (dimetil polissiloxano) utilizado nas publicações de Wu (2006), diâmetro e massa do substrato, que obedece a equação  $J_m = \left(\rho V + \frac{1}{8}m_{\text{subst}}\right) D_{\text{subst}}^2$ . É adicionado então os dados de propriedade do fluido como viscosidade  $\mu$  para  $\mu$ , densidade  $\rho$  para  $\rho$  e viscosidade cinemática  $\nu$  para  $\nu$ .

A Tabela 3 fornece as propriedades e a Figura 17 fornece a implementação no

código.

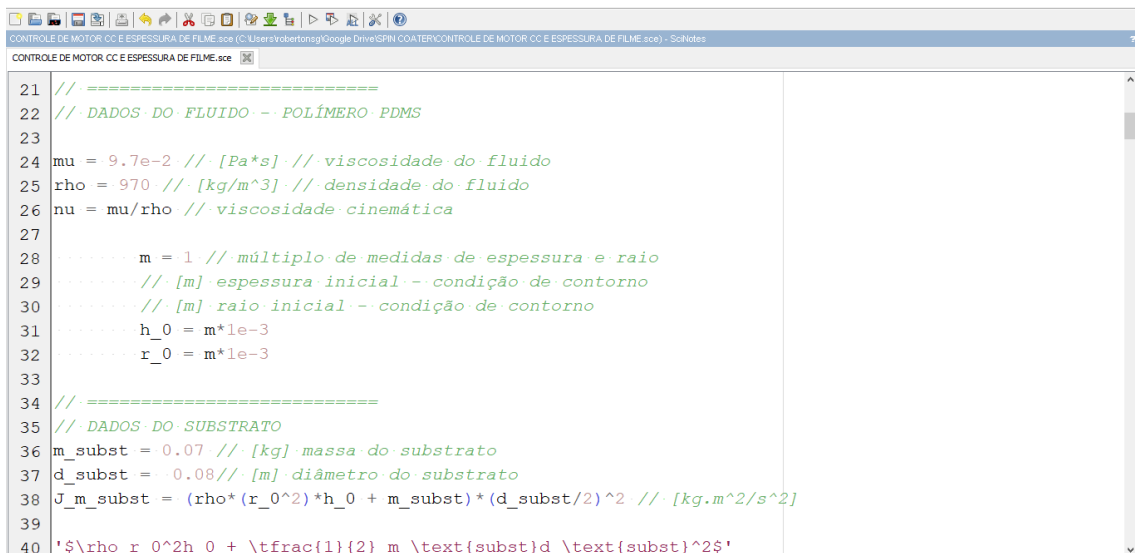
Tabela 3 – Propriedades físicas do Dimetil Polissiloxano (PDMS)

Propriedade	Símbolo	Magitude
	$\mu$	Viscosidade
	$\rho$	Densidade
	$\nu$	Viscosidade cinemática
		$9,700 \times 10^{-2} \text{ Pa}\cdot\text{s}$
		$970,0 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
		$1,000 \times 10^{-4} \text{ m}^3\cdot\text{s}^{-1}$

Fonte: Wu (2006)

Os itens `h_0` e `r_0` fornecem os dados de entrada de espessura e raio inicial da amostra a ser centrifugada. A magnitude `m` é um multiplicador de fator unitário para espessura e raio inicial. Observa-se também os dados `m_subst`, `d_subst` e `J_m_subst`.

Figura 17 – Implementação computacional de dados do fluido para o filme



```

21 // =====
22 // DADOS DO FLUIDO - POLÍMERO PDMS
23
24 mu = 9.7e-2 // [Pa*s] // viscosidade do fluido
25 rho = 970 // [kg/m^3] // densidade do fluido
26 nu = mu/rho // viscosidade cinemática
27
28 // m = 1 // múltiplo de medidas de espessura e raio
29 // [m] espessura inicial -- condição de contorno
30 // [m] raio inicial -- condição de contorno
31 h_0 = m*1e-3
32 r_0 = m*1e-3
33
34 // =====
35 // DADOS DO SUBSTRATO
36 m_subst = 0.07 // [kg] massa do substrato
37 d_subst = 0.08 // [m] diâmetro do substrato
38 J_m_subst = (rho*(r_0^2)*h_0 + m_subst)*(d_subst/2)^2 // [kg.m^2/s^2]
39
40 '$\rho r_0^2 h_0 + \frac{1}{2} m_{\text{subst}} d_{\text{subst}}^2$'

```

Fonte: O autor via Scilab (versão 6.0.1)

Os dados de entrada para implementação da função de transferência no *software* Scilab/Xcos é fornecido pela Tabela 4, obtida do *datasheet* do motor CC RF-310T-11400 da Mabuchi Motor.

Tabela 4 – *Datahsheet* do motor CC Mabuchi RF-310T-11400

Dado	Especificação	Valor e Unidade
$R_a$	Resistência elétrica de armadura	0,058000 $\Omega$
$L_a$	Indutância elétrica da armadura	0,015250 H
$K_m$	Constante contra-eletromotriz	0,007300 N.m
$K_b$	Constante contra-eletromotriz	0,007300 N.m
$J_m$	Constante de momento de inércia do substrato	0,000112 N.m
$B_m$	Constante de momento viscoso	0,005445 N.m.s

Fonte: Mabuchi Motor, Inc.

Figura 18 – Dados do motor CC para a função de transferência

```

52 // MOTOR MABUCHI RF-310T-11400
53 omega_nom = 2800; // [rpm]
54 U_nom = 12; // [V]
55 R_a = 0.058; // [ohm] .resistência da armadura
56 L_a = 0.01525; // [henrys] .indutância da armadura
57 K_m = 0.0073; // [back-emf] .constante contra-eletromotriz
58 K_b = K_m; // constante de torque
59 J_m = J_m_subst // [kg.m^2/s^2] .constante de momento de inércia
60 B_m = 0.005445; // [N.m.s] .constante de momento viscoso
61
62 // FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA, G(s)
63 s = poly(0,'s'); // definição de variável s do polinômios
64
65 num_tf = K_m // Numerador da G(s)
66
67 den_tf = (L_a*s^2 + (L_a*B_m + R_a*J_m)*s + (R_a*B_m + K_m*K_b)) // Denominador G(s)
68
69 Gtf = num_tf/den_tf
70 // Gtf = (K_m/(R_a*B_m + K_b*K_m))/(tau*s+1) // G(s) para L_a/R_a negligenciado
71 // Gtf = (K_m)/(L_a*s^2 + (L_a*B_m + R_a*J_m)*s + (R_a*B_m + K_m*K_b))

```

Fonte: O autor via Scilab (versão 6.0.1)

Nota-se que a constante de momento viscoso é obtida através da massa de fluido, diâmetro e massa do substrato, que obedece a equação  $J_m = \rho V + \frac{1}{8}m_{\text{subst}}D_{\text{subst}}^2$ .

A função de transferência da Equação 3.42b aplicado à planta é dada então por

$$G(s) = \frac{0,0073}{0,0003691 + 0,0000895s + 0,0000017s^2} \quad (3.43)$$

A Figura 19 mostra a inserção das equações governantes obtidas no modelo matemático e inseridas de forma de vetor.

Figura 19 – Implementação das funções de resultados

```

73 Gss = tf2ss(Gtf) // função de transferência para espaço de estados
74 // [A,B,C,D] = abcd(Gtf)
75 //GTF = ss2tf(Gss) // espaço de estados para função de transferência
76 Gtf_tc = syslin('c', Gtf) // Definição de Sistema Linear para t contínuo ('d' se for t discreto)
77
78 // LAÇO DE GANHO DE TENSÃO
79 for i = 1:step:max(length(U))
80     def('u = u(t)', 'u = U(i)')
81     omega(i,:) = csim(u,t,Gss)
82     // =====
83     // EQUAÇÕES GOVERNANTES
84     n(i,:) = omega(i, :)*(30/%pi)
85     kappa(i,:) = (rho.*omega(i,).^2)./(3*mu)
86     h(i,:) = h_0*(4.*kappa(i, :).*(h_0.^2).*t+1)^(-1/2) // [m] função de espessura
87     r(i,:) = r_0*(4.*kappa(i, :).*(h_0.^2).*t+1)^(3/4) // [m] função do raio
88     H(i,:) = h(i, :)./h_0 // grupo adimensional de espessura
89     R(i,:) = r(i, :)./r_0 // grupo adimensional de raio
90     v_r(i,:) = ((nu^-1).*omega(i, :).*r(i, :).*(h(i, :)^2))/2 // velocidade radial [m/s]
91     Re(i,:) = (rho.*v_r(i, :).*(h(i, :)^2))./(mu.*r(i, :))
92     psi(i,:) = 1./(4.*kappa(i, :).*h_0.^2) // fator de t [s^-1]

```

Fonte: O autor via Scilab (versão 6.0.1)

A Figura 20 mostra a inserção das equações de Higgins (1986) com suas condições iniciais de velocidade de rotação.

Figura 20 – Implementação para comparação de resultados

```

94 // =====
95 // Velocidade constante: omega_Higgins
96 omega_Higgins = max(n) * (%pi/30) * ones(1, length(t))
97 n_Higgins = omega_Higgins * (30/%pi)
98 kappa_Higgins = (rho.*omega_Higgins.^2)./(3*mu)
99 h_Higgins = h_0*(4.*kappa_Higgins*(h_0.^2).*t+1)^(-1/2)
100 r_Higgins = r_0*(4.*kappa_Higgins*(h_0.^2).*t+1)^(3/4)
101 H_Higgins = h_Higgins./h_0 // grupo adimensional de espessura
102 R_Higgins = r_Higgins./r_0 // grupo adimensional de raio
103 v_r_Higgins = ((nu^-1).*omega_Higgins.*r_Higgins.*(h_Higgins^2))/2
104 Re_Higgins = (rho.*v_r_Higgins.*(h_Higgins.^2))./(mu.*r_Higgins)
105 psi_Higgins = 1./(4.*kappa_Higgins.*h_0.^2) // fator de t [s^-1]
106
107 end
108
109 // H_Higgins = h_Higgins*ones(1,N)
110 // =====
111 h_diff = (h(i, :)-h_Higgins)
112 per_h_diff = (1 - h_Higgins./h(i, :))*100
113 // =====

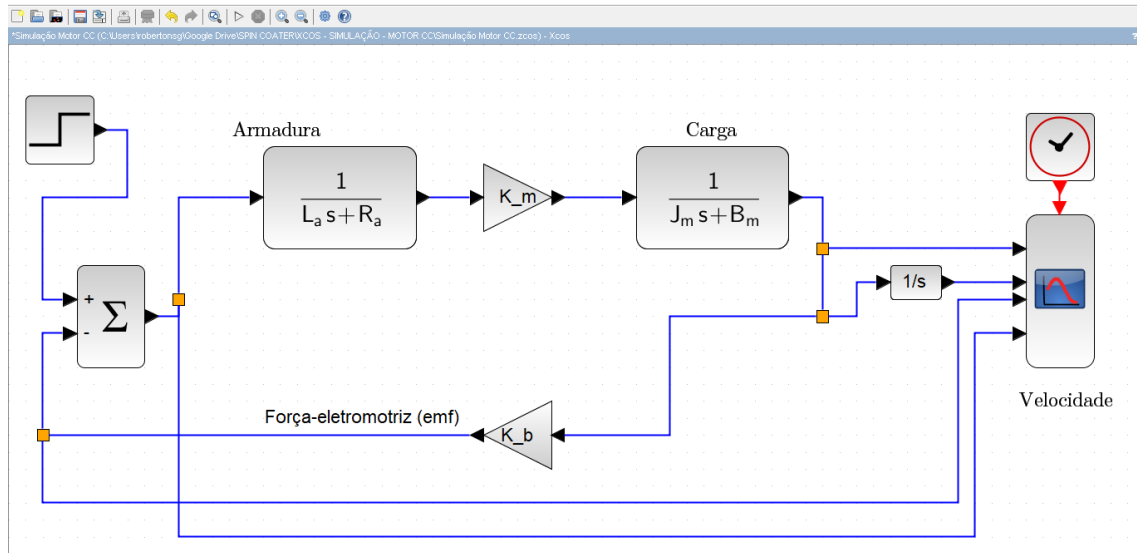
```

Fonte: O autor via Scilab (versão 6.0.1)

A Figura 21 mostra a implementação de programação em blocos. é observado que a configuração dos blocos é idêntica ao da função de transferência obtida. Nela, há o bloco de alimentação de tensão de 12 V que segue para um ponto de soma que transfere sinal para o bloco de parâmetros da armadura do motor CC. Após, há a inserção de ganho  $K_m$  fornecida no *datasheet* e a ligação ao bloco de carga presentes no motor CC. Junto a ela, o

o sinal é transferido para um relógio que consiste em realizar os cálculos em tempo linear e plotar o gráfico de velocidade de rotação em rad/s

Figura 21 – Função de transferência em blocos no Xcos



Fonte: O autor via Scilab (versão 6.0.1)

Observa-se que após a carga, o sistema é realimentado negativamente pela força contra-eletromotriz no início do sistema para que haja a estabilização.

A função de transferência da Equação 3.42b aplicado à planta é dada então por

$$G(s) = \frac{0,0073}{0,0003691 + 0,0000895s + 0,0000017s^2} \quad (3.44)$$



## 4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

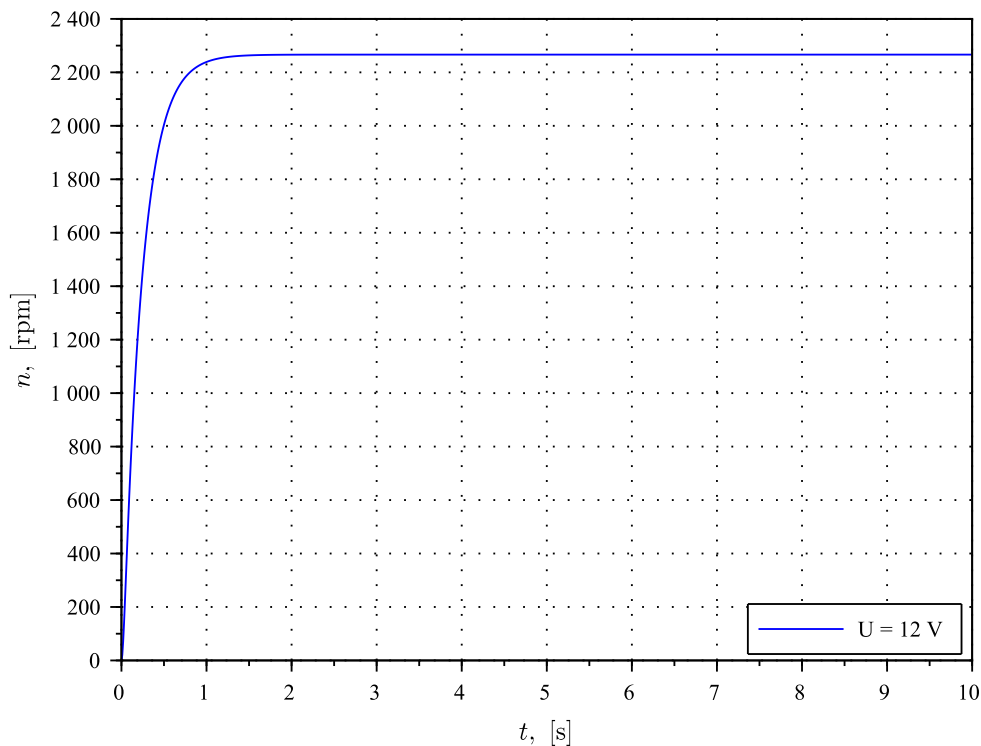
### 4.1 Respostas do sistema de controle

#### 4.1.1 Tempo de estabilização da velocidade de rotação

Após a implementação computacional no *software* livre Scilab/Xcos (versão 6.0.1) dos parâmetros de controle de velocidade do motor CC, dados de seu *datasheet*, propriedades do fluido PDMS e as condições iniciais, teve-se resultados de tempo de respostas e demais diagramas que ajudam a realizar a análise do sistema de controle vigente.

Através das respostas de velocidade, obteve-se as estimativas das magnitudes objetivas do trabalho em relação descrição de como o filme fino se comportaria ao longo do período de 10 s. A Figura 22 mostra a resposta de velocidade de rotação do eixo do micromotor em função do tempo. Observa-se que a velocidade parte de nula devido à zona de inércia e tendeu-se a se instabilizar após o período de 1 segundo com uma velocidade máxima de  $n = 2266,3733$  rpm.

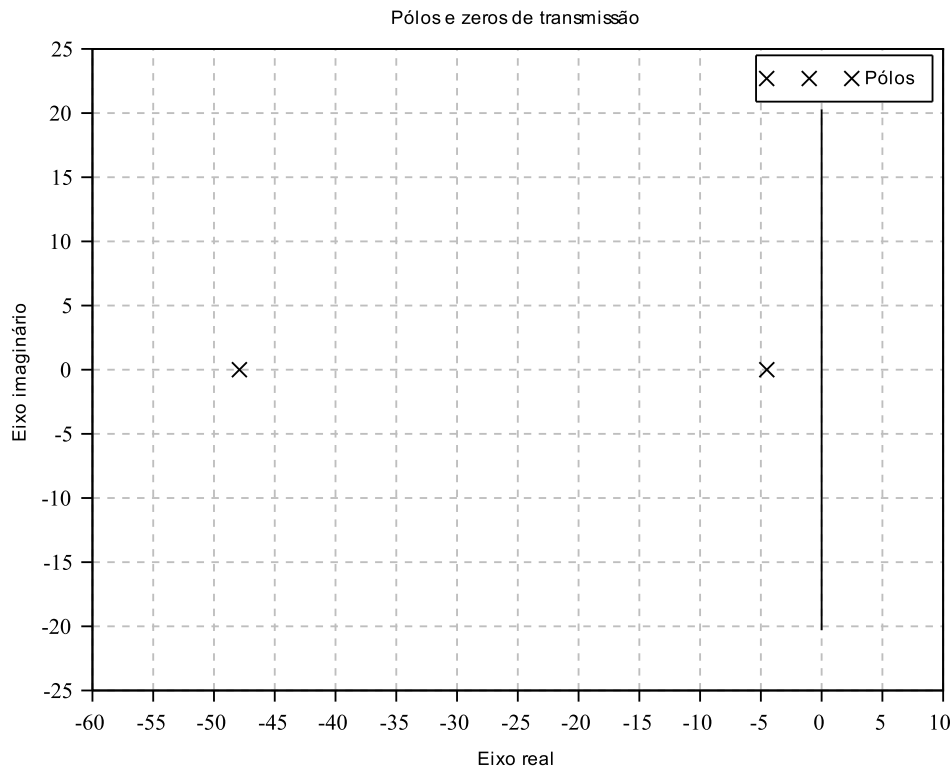
Figura 22 – Resposta de velocidade



### 4.1.2 Diagrama de Pólos, Zeros e de Bode

A Figura 23 mostra o diagrama de polos e zeros da função de transferência obtida. Através do software determinou-se que a função não possui zeros e possui dois polos de magnitudes de  $-47,907995$  e  $-4,5106815$  ao longo do eixo dos reais, como mostra o gráfico.

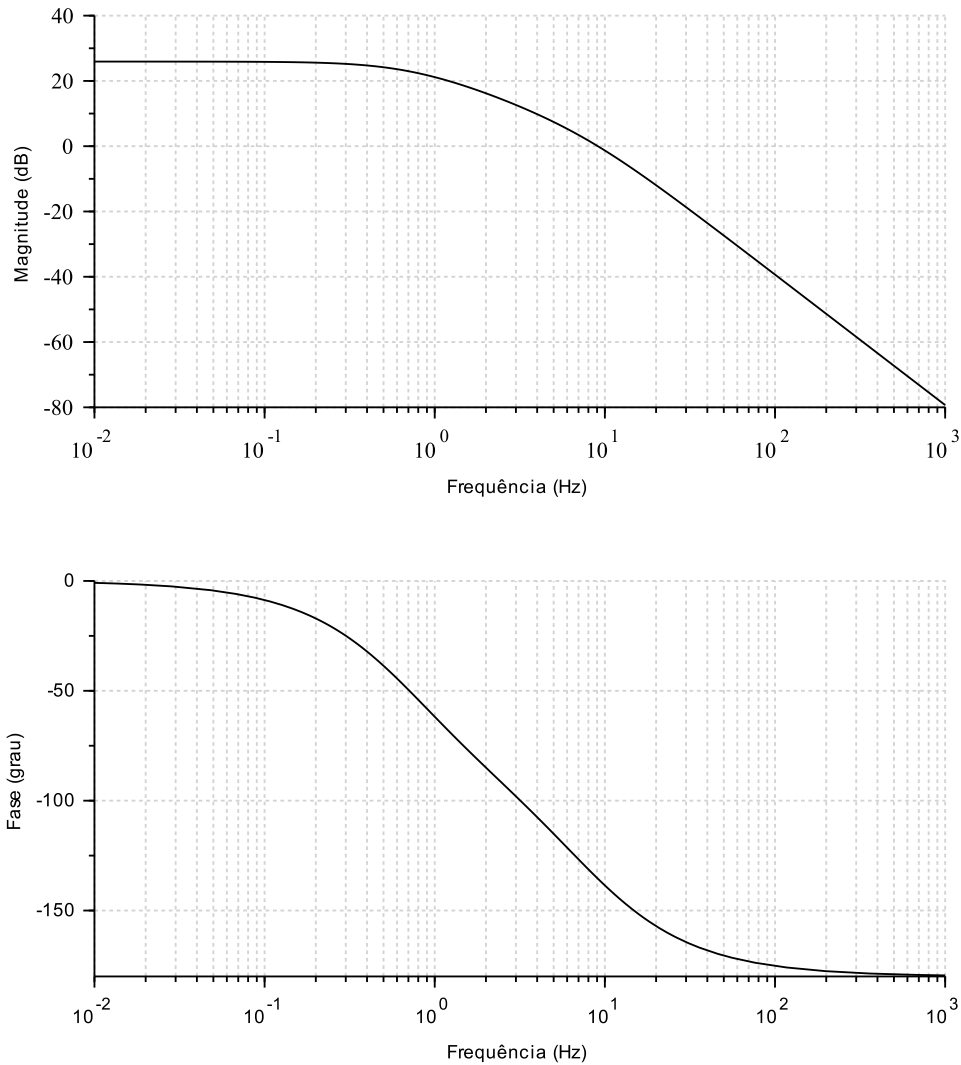
Figura 23 – Diagrama de polos e zeros



Fonte: O autor via Scilab/Xcos (versão 6.0.1)

A Figura 24 mostra a resposta em frequência do sistema através do diagrama de Bode. Observa-se que na zona da assíntota de baixas frequências, o sistema conta com um ganho de  $-25,293$  dB e possui defasagem de  $-20 \log_{10}(|G(j\omega)|)$  dB/década a partir da frequência dos polos.

Figura 24 – Diagrama de Bode

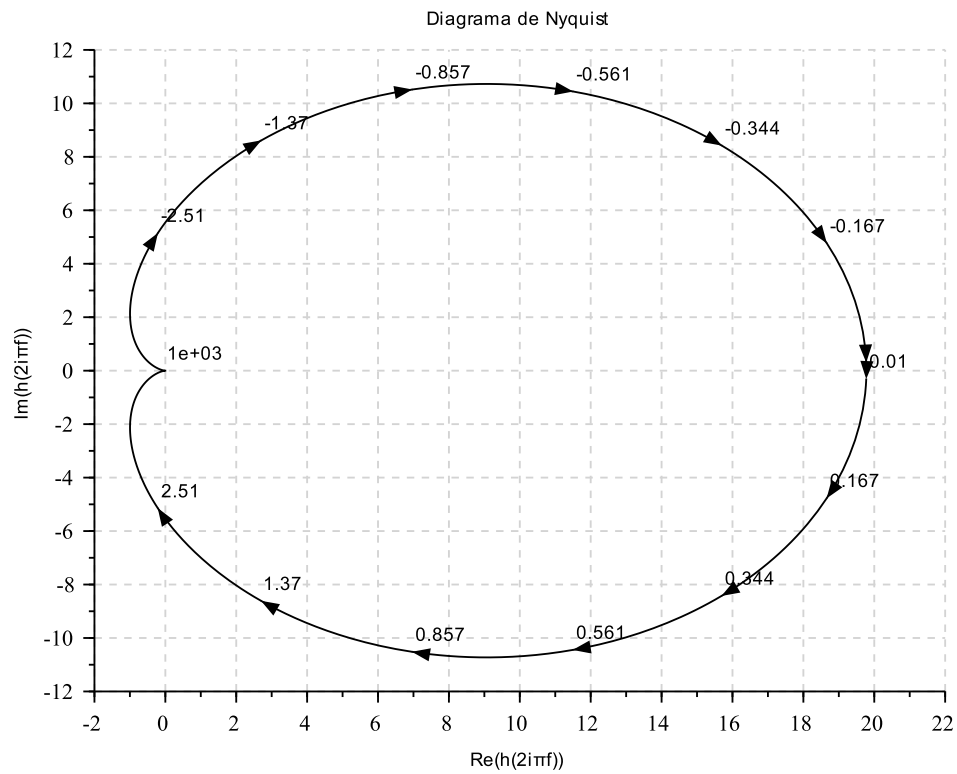


Fonte: O autor via Scilab/Xcos (versão 6.0.1)

### 4.1.3 Diagrama de Nyquist

Outro fator importante obtido é o diagrama de Nyquist que detalha seu critério de estabilidade do sistema de controle. Na Figura 25 observa-se que, segundo Dorf e Bishop (2009) e outros autores, a característica da curva no diagrama que para para se obter a estabilidade em malha fechada desse sistema, o número de raízes (zeros) deve ser igual a zero. Logo, conclui-se que o sistema de controle de velocidade de rotação do motor CC não irá desestabilizar ao longo do tempo.

Figura 25 – Diagrama de Nyquist

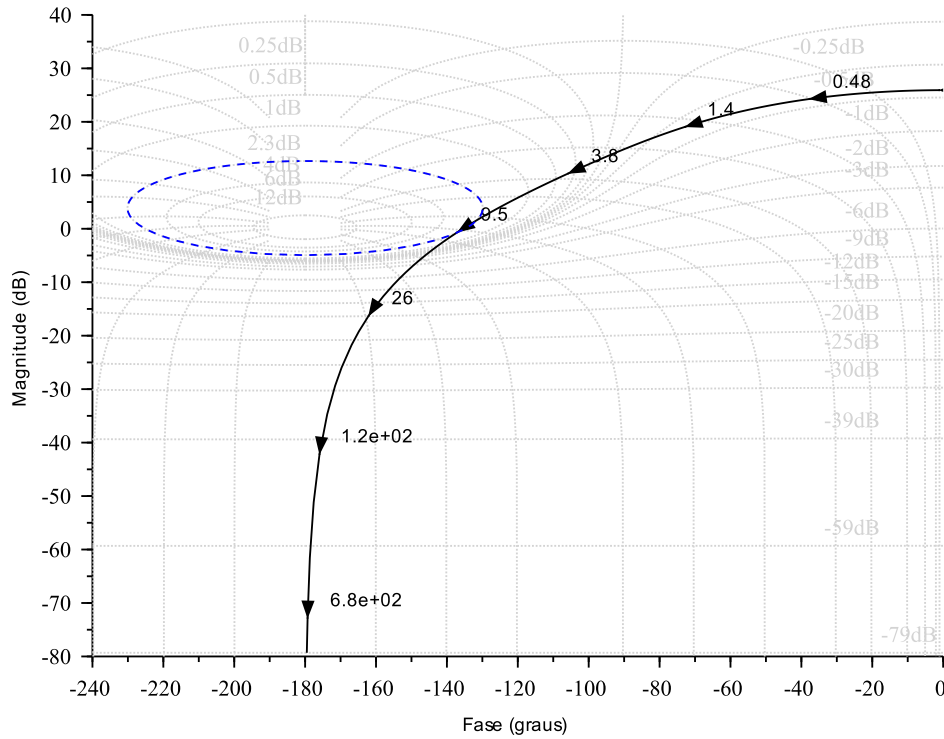


Fonte: O autor via Scilab/Xcos (versão 6.0.1)

#### 4.1.4 Diagrama de Black e carta de Nichols

Na Figura 26 é analisado o comportamento do sistema através do diagrama de Black e carta de Nichols mostra no eixo das abscissas a fase que determinada frequências  $j\omega$  atuam e quantidade de ganho em decibéis nas ordenadas. Observa-se a utilidade do gráfico a curva trata-se do diagrama de Black e está sobreposto sobre a carta de Nichols de plano fase-ganho.

Figura 26 – Diagrama de Black e carta de Nichols



Fonte: O autor via Scilab/Xcos (versão 6.0.1)

## 4.2 Resultados de estimativas para o filme fino

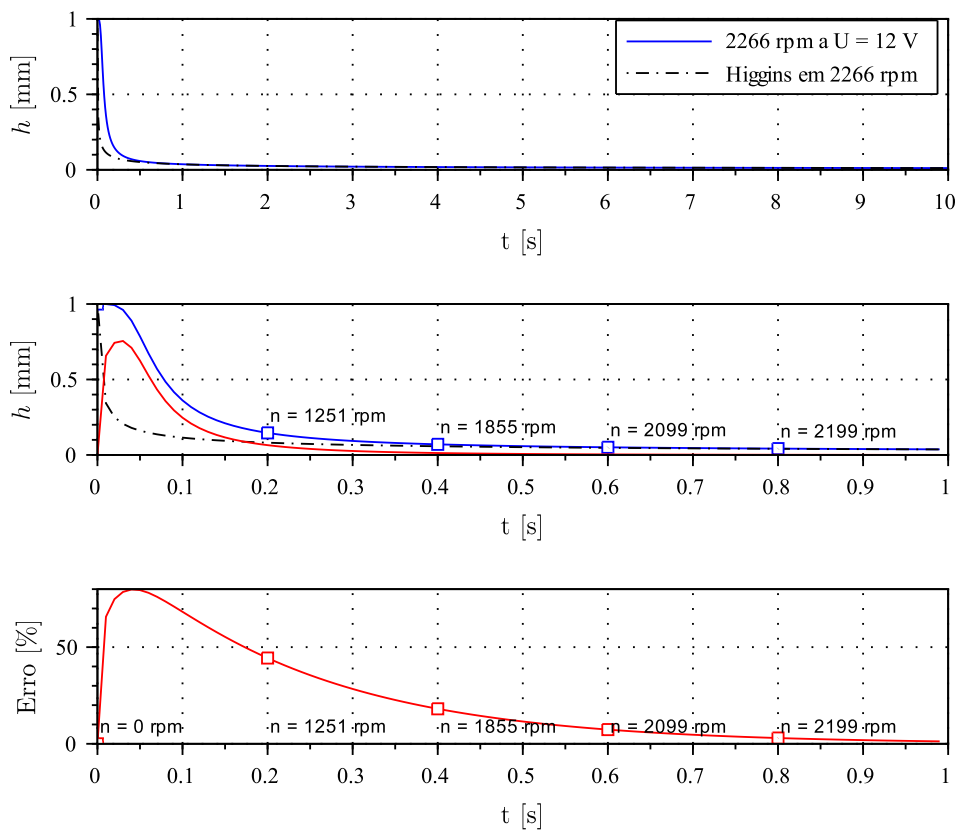
Com base em Higgins (1986), Emslie, Bonner e Peck (1958), se a solução das Equações (3.17) e (3.26) são determinadas quando  $h$  e  $r_0$  são fornecidos no tempo inicial  $t = 0$ , as Equações (3.29) e (3.30) são as soluções correspondentes a uma distribuição inicialmente uniforme. Isto é, quando  $h = h_0$  e  $r = r_0$ , a distribuição inicial do fluido é uniforme em todos os lugares e permanecerá assim com o tempo à medida que a espessura do filme fluido for diminuída pela aplicação contínua da força centrífuga. Isso permite dizer que a ausência de deformidade em filmes finos é possível se uma distribuição de fluido, antes da centrifugação, for uniforme de alguma forma, como se fosse um formato perfeito de um cilindro de altura  $h_0$  e raio  $r_0$ . Todavia, esta análise não informa se a uniformidade do filme pode ser esperada no caso mais prático de uma distribuição inicial irregular.

A Figura 27 detalha os resultados obtidos pela programação implementada na qual é plotada as funções de Higgins (1986) em linha pontilhada e a gerada pela função obtida da modelagem com a velocidade  $n = 0$  rpm em  $t_0 = 0$  s. Assim, a velocidade máxima obtida para uma análise com 12 V de alimentação é de  $n = 2266$  rpm e percebe-se que as funções iniciam no mesmo ponto  $(t_0, h_0)$  mas a taxa de variação de queda com que a

espessura da função de Higgins (1986) é muito maior do que a da modelagem deste trabalho. Ainda no segundo gráfico na Figura 27 nota-se a linha vermelha que denota a diferença em nanômetros entre as espessuras das duas funções plotadas no primeiro segundo. No terceiro gráfico tem-se o erro percentual de convergência de valores de espessura das funções e os pontos de velocidades em rpm instantâneas ao longo do primeiro segundo.

### 4.2.1 Tempo e Espessura

Figura 27 – Tempo e espessura do filme fino



Fonte: O autor via Scilab/Xcos (versão 6.0.1)

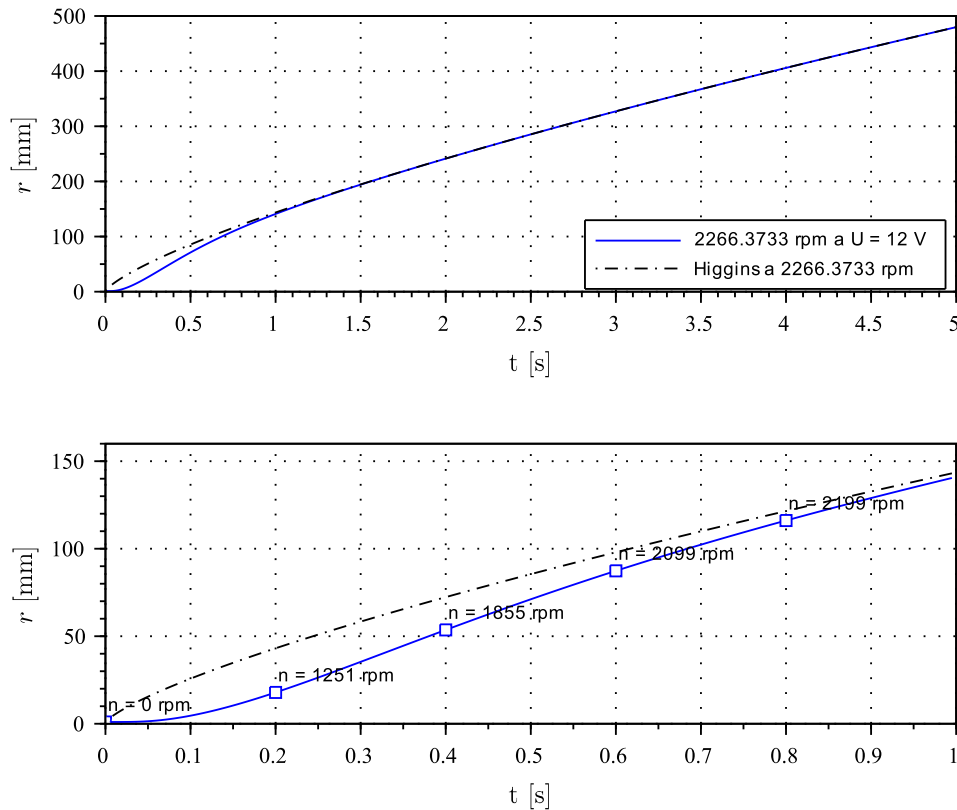
Portanto, nota-se que as funções obtidas comparadas com as de Higgins (1986) convergem para um erro próximo de zero. Essa característica se dá devido ao crescimento longo do raio em relação à diminuição da espessura, concluindo que o modelo do autor e o deste trabalho convergem e ambos podem ser considerados como modelo para estimativa de espessura do filme para tempo de centrifugação relativamente maiores que 10 segundos.

### 4.2.2 Tempo e Raio

A Figura 28 mostra os resultados obtidos para o crescimento radial do filme ao longo do tempo na mesma faixa de tensão elétrica e tempo, assim como para as

próximas plotagens. Observa-se que as duas funções comparadas também iniciam nos valores estabelecidos na condição de contorno no ponto  $(t_0, r_0)$ .

Figura 28 – Tempo e raio do filme fino



Fonte: O autor via Scilab/Xcos (versão 6.0.1)

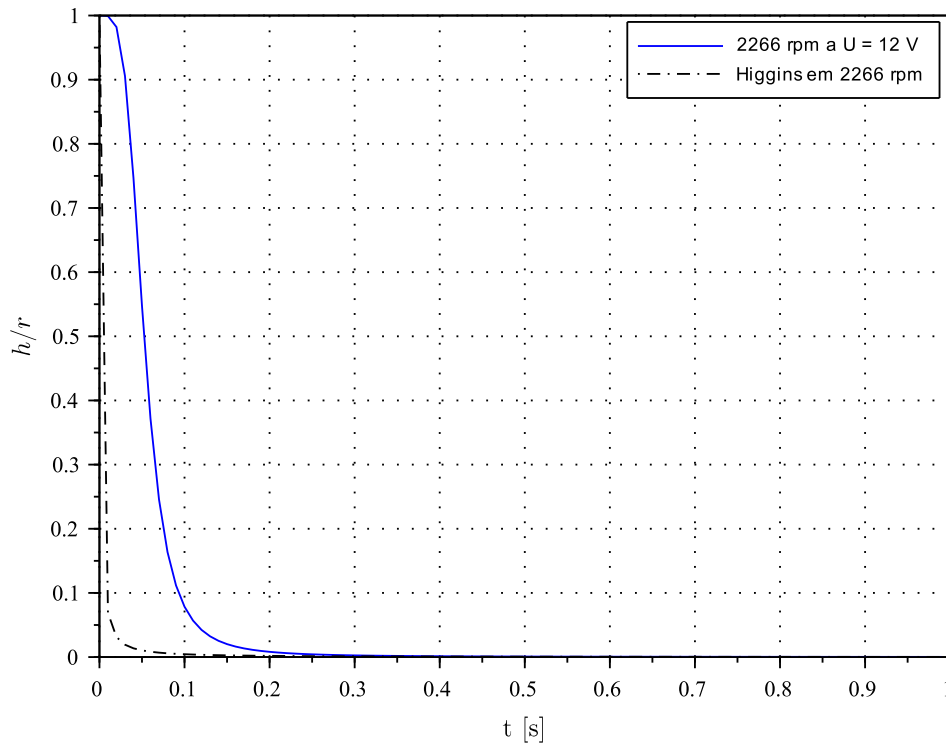
A segunda plotagem na mesma figura mostra os dados de crescimento de velocidades ao longo do primeiro segundo e a influência dela na taxa de variação do raio do filme fino. Como visto na Figura 22, a estabilização da velocidade de rotação começa a partir deste primeiro segundo e então a convergência entre a função obtida e a de Higgins (1986) começa a ser mais acentuada e basicamente possui erros baixos de diferença de valores ao longo de todo o intervalo de centrifugação.

### 4.2.3 Tempo e Razão de Espessura e Raio

A Figura 30 denota os dados da magnitude da taxa de variação de queda de espessura e crescimento radial do filme fino. Percebe-se comparando que a taxa de variação da função de Higgins (1986) possui uma taxa de variação extremamente grande em relação a da função obtida. Isto se dá devido a condição inicial de que a velocidade do motor CC sai da inércia e faz com que a taxa de variação da função obtida seja nula no instante

inicial, enquanto a função do autor citado, como predito, já considera a velocidade inicial sendo constante durante todo o tempo de centrifugação.

Figura 29 – Tempo e raio do filme fino



Fonte: O autor via Scilab/Xcos (versão 6.0.1)

Embora o fenômeno de queda entre as duas seja diferente nos primeiros instantes, observa-se que a taxa de variação entre as duas funções passa a ser extremamente aproximadas a partir do ponto de 0,3 segundos. Entende-se então que neste tempo a velocidade de rotação do motor CC passa por um ponto de inflexão e tende a estabilizar.

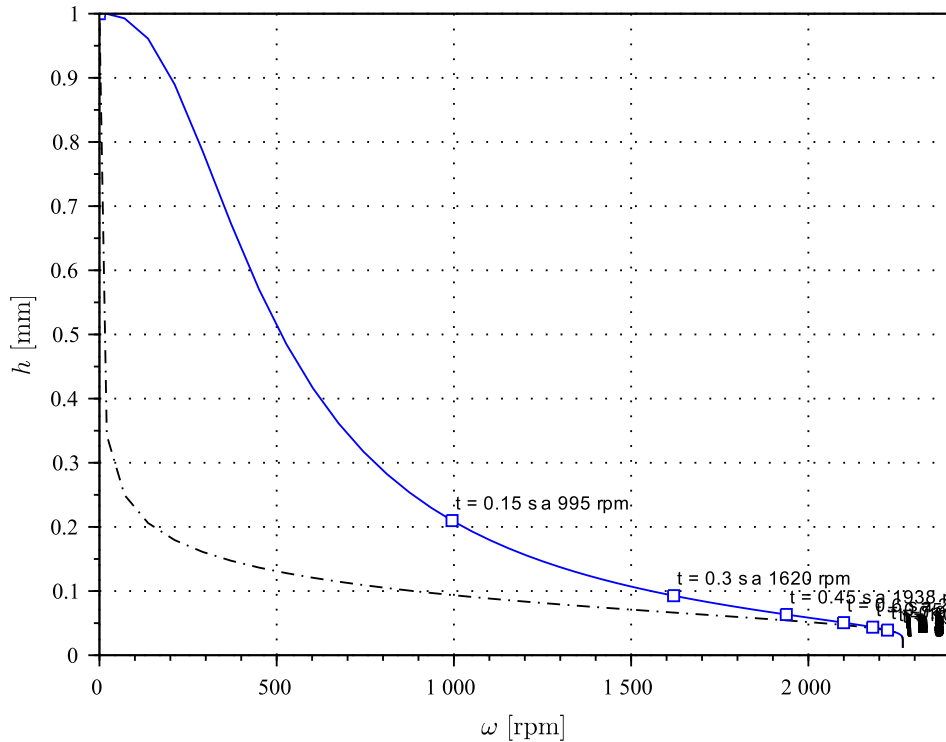
#### 4.2.4 Tempo e Razão de Espessura e Raio

A Figura 30 mostra o resultado da taxa de variação de espessura por raio ao longo do intervalo de tempo. Observa-se que a taxa de queda da função de Higgins (1986) possui uma declividade extremamente rápida a partir do tempo inicial e a função obtida no modelo deste trabalho possui um curto espaço de suavidade. O que difere estas duas situações é a condição de contorno de cada situação, na qual que para a função de (HIGGINS, 1986) considera a velocidade no instante inicial como constante e a função do autor considera a velocidade inicial igual nula e há o ganho nos primeiros décimos de segundo. A partir de 3 décimos de segundos observa-se que a taxa de variação entre as duas funções tendem



possuir a mesma magnitude, na qual justifica que a velocidade do motor CC tendeu a se estabilizar com o ganho negativo da força contra eletromotriz.

Figura 30 – Velocidade de rotação e espessura.

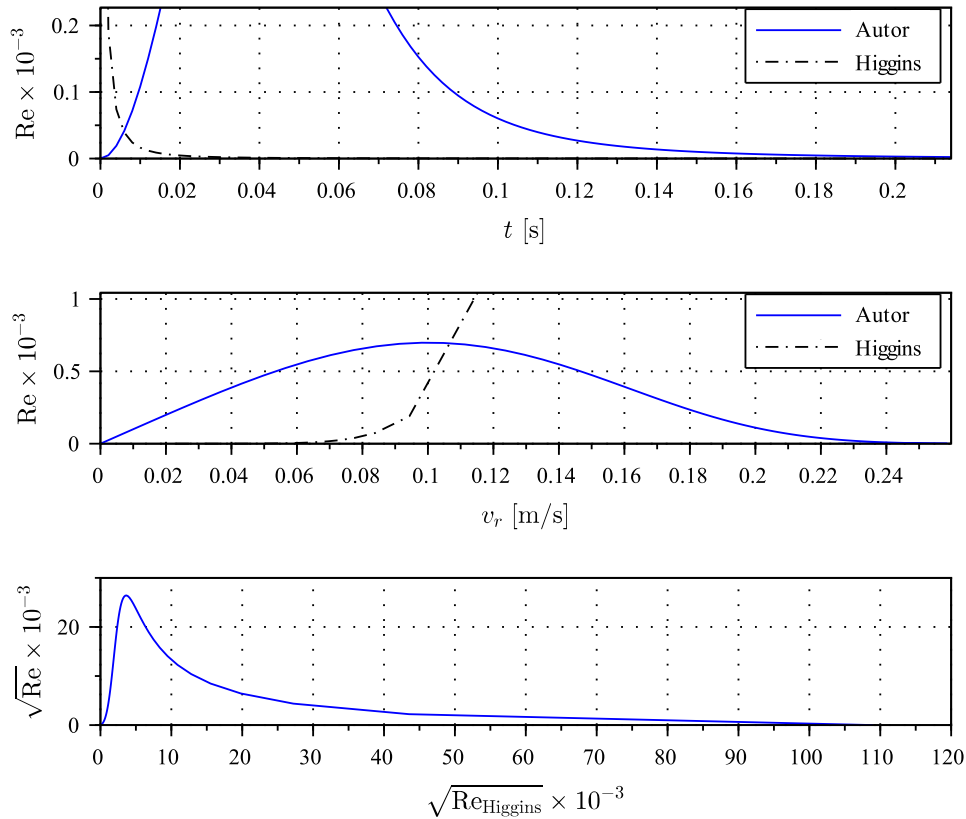


Fonte: O autor via Scilab/Xcos (versão 6.0.1)

#### 4.2.5 Tempo, velocidade radial e *números* de Reynolds

Outra magnitude que é interessante analisar é como o número de Reynolds ( $Re$ ) se comporta durante o intervalo de tempo, velocidade radial e equivalência entre os números de Reynolds da função de Higgins (1986) e do autor. Pode-se observar no primeiro gráfico da Figura 31 que na função do autor há a presença de um "domo" durante o primeiro décimo de segundo que significa uma elevação da magnitude em função da variação da espessura, velocidade radial e raio do filme fino que pode ser constatado na Equação 3.32, e a função de Higgins (1986) já possui a queda brusca devido à velocidade radial não partir de zero do instante  $t_0 = 0$  s.

Figura 31 – Comportamento do número de Reynolds das funções



Fonte: O autor via Scilab/Xcos (versão 6.0.1)

No segundo gráfico mostra o comportamento da função do número de Reynolds em função da velocidade radial  $v_r$  com um pico máximo de  $6,961 \times 10^{-4}$ . Já a função de Higgins (1986) faz com que o número de Reynolds tenda ao infinito devido a abertura do raio do filme.

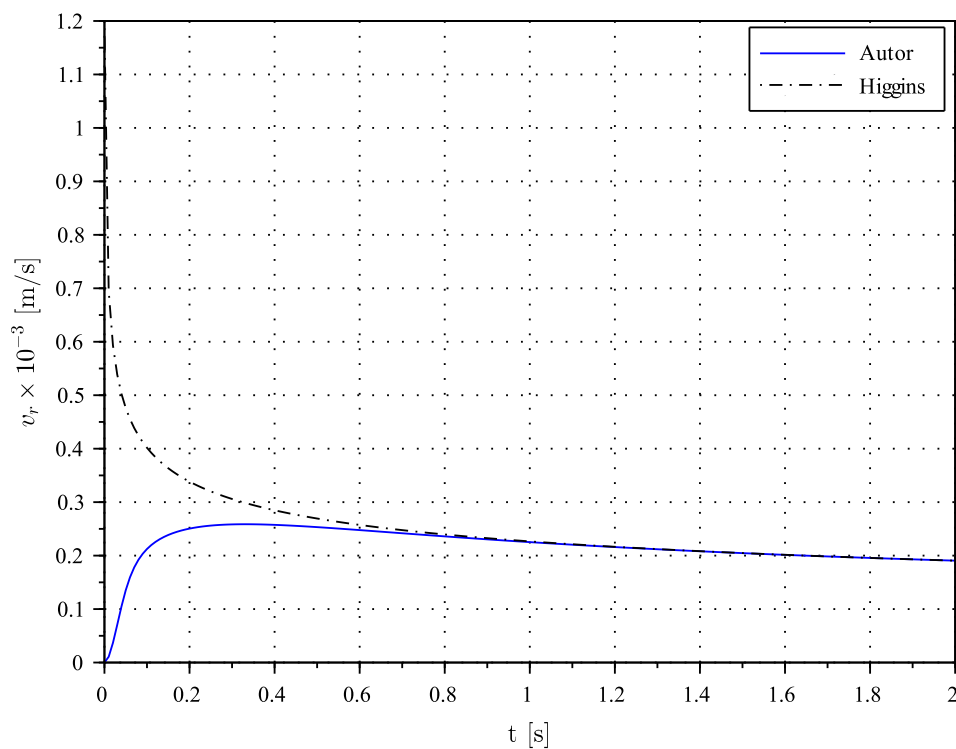
Como a equação que descreve o número de Reynolds trata-se de uma equação de quarta potência da espessura, para fins de melhor visualização, o terceiro gráfico mostra a raiz quadrada da correlação das magnitudes da grandeza obtida por Higgins (1986) e pelo autor. O pico gerado pelo gráfico se dá pela análise de que a velocidade de rotação tende a atingir a velocidade máxima de maneira mais rápida do que a taxa com o que a espessura diminui.

#### 4.2.6 Tempo e velocidade radial

A Figura 32 mostra o detalhe o comportamento da velocidade radial de abertura do filme fino no intervalo de tempo de 0 a 2 segundos para melhor visualização. Observa-se veemente que devido à condição inicial que Higgins (1986) adota de velocidade inicial não ser nula, a velocidade radial do filme  $v_r$  começa a cair fortemente a variar menos ao

longo do tempo. Em contrapartida, na função do autor, observa-se a coerência de que a velocidade é nula no instante inicial de  $t_0 = 0$  s porém o raio de abertura ter uma taxa de variação positiva devido aos instantes que o motor DC estabiliza a velocidade de rotação. Observa-se também que há um pico justamente porque a velocidade para de variar positivamente justamente no ponto de inflexão onde o motor começa a diminuir sua aceleração e depois se anula.

Figura 32 – Tempo e velocidade radial



Fonte: O autor via Scilab/Xcos (versão 6.0.1)

No entanto, como conclusão, é visto que mesmo com as condições iniciais diferentes, ambas funções tendem a convergir a partir do instante de  $t = 1$  s em diante permitindo concluir que ambas situações permitem realizar testes de produção esperando resultados próximos ao final de um intervalo longo de centrifugação.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolvimento do presente trabalho possibilitou uma análise de como seria o comportamento de espalhamento de um filme fino pela técnica de *spin coating* e como se pode melhorar a apuração dos resultados das, espessura, raio, velocidades radiais e a influência que o motor saindo da zona morta de velocidade pode convergir com os resultados na literatura.

A pesquisa consistiu em realizar fazer uma revisão bibliográfica nos tópicos de análise diferencial de escoamento de fluidos através das equações da conservação da massa e conservação de energia e as revisões necessárias para base da montagem de uma planta de controle de velocidade de um motor de corrente contínua. Toda a elaboração da planta do sistema de controle envolveu a avaliação e pressuposição de uma alimentação por tensão elétrica constante e a implementação de dados de entrada. O código embarcou os dados das faixas de tensão elétrica entre 0 e 12 V, o tempo de 0 a 10 segundos, o número de amostras de 1001 pontos e a inserção de propriedades do fluido presumindo que o substrato de centrifugação seja de material de baixa rugosidade. Após, foi inserido os dados do motor de corrente contínua, presentes em seu *datasheet*.

Outra característica que se pôde notar é que a construção do algoritmo o algoritmo se tornasse geral para avaliação para um sistema linear de qualquer função de transferência e plotar os gráficos. O *toolbox* do Scilab/Xcos (6.0.1) permitiu com que os gráficos sejam plotados em função da inserção dos coeficientes que modelam a função de transferência e gerar os gráficos singulares de cada tipo de sistema linear, podendo avaliar critérios de ganho, fase, estabilidade, tempo de resposta, etc.

### 5.1 Futuras etapas

Além disso, a pesquisa permitiu abrir o leque de pesquisa para obter dados computacionais através de simulação por CFD (*computational fluid dynamics*) através de softwares presentes no laboratório de Análise, Projeto, Simulação e Engenharia (APSE) da Faculdade de Engenharia Mecânica para visualizar a convergência das funções analíticas com as obtidas numericamente.

Outra possibilidade de pesquisa é o adição de condições que o filme fino está sujeito durante às atividades de *spin coating*. Dentre elas, a influência do adição de vácuo, o grau de molhabilidade do fluido, o detalhamento aderência ao substrato na pré-centrifugação com base nos dados tribológicos da superfície, a variação de evaporação do fluido durante a atividade de centrifugação com influências da velocidade de rotação, a

variação de densidade do fluido quando houver variação de temperatura no ambiente de deposição e as perdas quando o filme atinge a borda do substrato.

A pesquisa também possibilita em se obter experimentais consistentes na produção de filmes finos e analisar a possibilidade de validação do modelos matemáticos estabelecidos neste trabalho com a obtenção de dados de espessura e raio em função da velocidade de rotação e tempo de centrifugação da amostra.

## REFERÊNCIAS

- AGUIRRE, L. A. **Introdução à Identificação de Sistemas: Técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais**. Editora UFMG, 2015. ISBN 9788570415844. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=f9IwE7Ph0fYC>>.
- DAMANJEET, K. et al. Simulation of dimmer circuit for daylight harvesting. **Energy Procedia**, p. 1075–1081, 08 2012. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.egypro.2011.12.1057>>.
- DAUGHTON, W. J.; GIVENS, F. L. An investigation of the thickness variation of spun-on thin films commonly associated with the semiconductor industry. **Journal of The Electrochemical Society**, v. 129, p. 173–179, 01 1982. Disponível em: <<http://jes.ecsdl.org/content/129/1/173.abstract>>.
- DORF, R.; BISHOP, R. **Sistemas de Controle Modernos**. 11. ed. LTC, 2009. ISBN 9788521617143. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=pT4bQAAACAAJ>>.
- EMSLIE, A. G.; BONNER, F. T.; PECK, L. G. Flow of a viscous liquid on a rotating disk. **Journal of Applied Physics**, v. 29, n. 5, p. 858–862, 1958. Disponível em: <<https://doi.org/10.1063/1.1723300>>.
- FOX, R. W.; PRITCHARD, P. J.; MCDONALD, A. T. **Introduction to Fluid Mechanics**. 8. ed. John Wiley & Sons, 2010. ISBN 9780470547557. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=cfq9ifU1xqYC>>.
- HIGGINS, B. G. Film flow on a rotating disk. **The Physics of Fluids**, v. 29, n. 11, p. 3522–3529, 1986. Disponível em: <<https://aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/1.865829>>.
- KIYAK, I. A study on the working performance of dimming methods for single- and multichip power leds. **International Journal of Photoenergy**, p. 1075–1081, 09 2012. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1155/2012/513768>>.
- MATSUMOTO, S.; SAITO, K.; TAKASHIMA, Y. The thickness of a viscous liquid film on a rotating disk. **Journal of Chemical Engineering of Japan**, v. 6, p. 503–507, 01 1974.
- MEYERHOFER, D. Characteristics of resist films produced by spinning. **Journal of Applied Physics**, AIP, v. 49, n. 7, p. 3993–3997, 1978.
- NA, J. Y. et al. Understanding solidification of polythiophene thin films during spin-coating: Effects of spin-coating time and processing additives. **Scientific reports**, Nature Publishing Group, v. 5, p. 13288, 2015.
- NALWA, H. S. **Handbook of Thin Films, Five-Volume Set**. San Diego: Elsevier Science, 2001. (Handbook of thin film materials). ISBN 9780125129084. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=6P5QAUno-PgC>>.

NISE, N. S. **Control Systems Engineering**. 7. ed. John Wiley & Sons, 2015. ISBN 9781118800829. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=BwTYBgAAQBAJ>>.

OGATA, K. **Modern Control Engineering**. 5. ed. Prentice Hall, 2010. (Instrumentation and controls series). ISBN 9780136156734. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=Wu5GpNAelzkC>>.

SABIR, M. M.; KHAN, J. A. Optimal design of PID controller for the speed control of DC motor by using metaheuristic techniques. **Advances in Artificial Neural Systems**, Hindawi Publishing Corp., New York, NY, United States, v. 2014, 01 2015. ISSN 1687-7594. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1155/2014/126317>>.

SEDRA, A. S.; SMITH, K. C. **Microelectronic Circuits**. 5. ed. New York, NY, United States: Oxford University Press, 2004.

TORO, V. D. **Fundamentos de Máquinas Elétricas**. 1. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

WU, L. Spin coating of thin liquid films on an axisymmetrically heated disk. **Physics of Fluids**, v. 18, 06 2006.

YACOBI, B. G. **Semiconductor materials: an introduction to basic principles**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2003.

ZHENG, J. et al. Spin-coating free fabrication for highly efficient perovskite solar cells. **Solar Energy Materials and Solar Cells**, Elsevier, v. 168, p. 165–171, 2017.